

## Remainder Theorem

### ทฤษฎีเศษเหลือ



ถ้าหารพหุนาม  $P(x)$  ด้วย  $x - c$  แล้ว เศษจากการหารจะเท่ากับ  $P(c)$





กำหนดให้  $a, b$  และ  $c$  เป็นจำนวนจริง

$$P(x) = x^3 + ax^2 + x + 10$$

$$\text{และ } Q(x) = x^4 + x^3 + bx^2 + 100x + c$$

โดย สมการ  $P(x) = 0$  มีคำตอบที่แตกต่างกัน 3 คำตอบ และแต่ละคำตอบ

เป็นคำตอบของสมการ  $Q(x) = 0$  ด้วย จงหาเศษที่เหลือจากการหาร  $Q(x)$  ด้วย  $x-1$





กำหนดให้  $P(x)$  เป็นพหุนาม เมื่อนำ  $x^3 + x^2 - 4x - 4$  ไปหาร  $P(x)$  เหลือเศษ  $ax + b$   
ถ้า  $x - 2$  หาร  $P(x)$  ลงตัว และ  $x + 2$  หาร  $P(x)$  เหลือเศษ 4 แล้ว  $x + 1$  หาร  $P(x)$   
จะเหลือเศษเท่าใด (เตรียมฯ 59)





กำหนดให้  $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$  เมื่อ  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนเต็มบวก

ถ้า  $x+2$  หาร  $P(x)$  เหลือเศษ 2 และสมการ  $P(x) = 0$  มีคำตอบเป็นจำนวนตรรกยะ  
อย่างน้อยหนึ่งตัว แล้ว  $a+b$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (คณิตศาสตร์ 1 '62)

1. 11

2. 12

3. 13

4. 14

5. 15





กำหนดให้  $P(x) = ax^5 + bx^3 + cx + d$  เมื่อ  $a, b, c$  และ  $d$  เป็นค่าคงตัว

ถ้า  $x-1$  หาร  $P(x)$  เหลือเศษ 10 และ  $x$  หาร  $P(x)$  เหลือเศษ 6

แล้ว  $x+1$  หาร  $P(x)$  เหลือเศษเท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (คณิตศาสตร์ 1 '59)

1. -10

2. -6

3. 2

4. 4

5. 6





กำหนดให้  $f(x) = x^3 - 3x + c$  เมื่อ  $c$  เป็นจำนวนจริง

ถ้ากราฟของเส้นตรง  $y = 6 - x$  ตัดกับกราฟของ  $y = f(x)$  ที่  $x = 2$

แล้ว  $x + 2$  หาร  $f(x)$  เหลือเศษเท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (คณิตศาสตร์ 1 '63)

1. 0

2. 1

3. 2

4. 3

5. 4





กำหนดให้  $P(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a, b, c$  เป็นจำนวนจริง  
ถ้า  $x+1, x+2$  และ  $x+3$  เป็นตัวประกอบของ  $P(x)$  แล้ว  $a+b+c$   
มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (คณิตศาสตร์ 1 '60)

1. 12

2. 24

3. 32

4. 40

5. 46



## เฉลย



กำหนดให้  $P(x) = ax^5 + bx^3 + cx + d$  เมื่อ  $a, b, c$  และ  $d$  เป็นค่าคงตัว

ถ้า  $x-1$  ทหาร  $P(x)$  เหลือเศษ 10 และ  $x$  ทหาร  $P(x)$  เหลือเศษ 6

แล้ว  $x+1$  ทหาร  $P(x)$  เหลือเศษเท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (คณิตศาสตร์ 1 '59)

1. -10            2. -6            3. 2            4. 4            5. 6

**ตอบ** 3

**วิธีทำ**

$$\text{จาก } x-1 \text{ ทหาร } P(x) \text{ เหลือเศษ } 10 \rightarrow P(1) = 10$$

$$\text{จาก } x \text{ ทหาร } P(x) \text{ เหลือเศษ } 6 \rightarrow P(0) = 6$$

$$\text{และ จาก } P(x) = ax^5 + bx^3 + cx + d$$

$$\text{แทน } x = 0 \quad P(0) = 0+0+0+d \rightarrow 6 = d$$

$$\therefore d = 6$$

$$\text{แทน } x = 1 \quad P(1) = a+b+c+d \rightarrow 10 = a+b+c+6$$

$$\therefore a+b+c = 4$$

$$\text{แทน } x = -1 \quad P(-1) = -a-b-c+d$$

$$= -(a+b+c)+d$$

$$= -4+6 = 2$$

$$\text{ดังนั้น } x+1 \text{ ทหาร } P(x) \text{ เหลือเศษ } = P(-1) = 2$$







กำหนดให้  $f(x) = x^3 - 3x + c$  เมื่อ  $c$  เป็นจำนวนจริง

ถ้ากราฟของเส้นตรง  $y = 6 - x$  ตัดกับกราฟของ  $y = f(x)$  ที่  $x = 2$

แล้ว  $x + 2$  ทหาร  $f(x)$  เหลือเศษเท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (คณิตศาสตร์ 1 '63)

1. 0                      2. 1                      3. 2                      4. 3                      5. 4

**ตอบ 1**

**วิธีทำ**

เมื่อกราฟ  $y = 6 - x$  ตัดกับกราฟ  $y = x^3 - 3x + c$  ที่  $x = 2$

แสดงว่า ถ้าให้จุดตัดมีพิกัด  $(2, k)$  จะได้

1) กราฟ  $y = 6 - x$  ผ่านจุดตัด  $(2, k)$

$$\text{แทน } x = 2, y = k$$

$$k = 6 - 2 \rightarrow k = 4$$

$$\text{จะได้จุดตัด } (2, k) = (2, 4)$$

2) กราฟ  $y = x^3 - 3x + c$  ผ่านจุดตัด  $(2, 4)$

$$\text{แทน } x = 2, y = 4$$

$$4 = 2^3 - 3 \cdot 2 + c$$

$$\therefore c = 2$$

$$\text{และได้ } y = x^3 - 3x + 2$$

ดังนั้น  $x + 2$  ทหาร  $f(x)$  จะเหลือเศษ  $= f(-2)$

$$\therefore \text{ เศษ } = f(-2) = (-2)^3 - 3(-2) + 2 = 0$$





กำหนดให้  $P(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a, b, c$  เป็นจำนวนจริง  
ถ้า  $x+1, x+2$  และ  $x+3$  เป็นตัวประกอบของ  $P(x)$  แล้ว  $a+b+c$   
มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (คณิตศาสตร์ 1 '60)

1. 12                      2. 24                      3. 32                      4. 40                      5. 46

**ตอบ 5**

**วิธีทำ**

เมื่อ  $P(x)$  มี  $(x+1), (x+2), (x+3)$  เป็นตัวประกอบ

$$\therefore P(x) = 2(x+1)(x+2)(x+3)$$

↑  
ส.ป.ส. หน้า  $x^3$  ของ  $P(x)$  เป็น 2

$$\begin{aligned} P(1) &= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \\ &= 48 \end{aligned}$$

$$\text{จาก } P(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$$

$$\text{แทน } x = 1 \quad P(1) = 2 + a + b + c$$

$$48 = 2 + a + b + c$$

$$\therefore a + b + c = 46$$

