

1. ถ้าเซตคำตอบของอสมการ $\left| \frac{x^2 - 3x - 1}{x^2 + x + 1} \right| \leq 3$ คือช่วง $(-\infty, a] \cup [b, \infty)$ แล้ว $a+b$

มีค่าเท่ากับเท่าใด

1. -2

2. -3

3. -4

4. -5

5. -6

1. **ตอบ 2**

วิธีทำ

จาก $\left| \frac{x^2 - 3x - 1}{x^2 + x + 1} \right| \leq 3$

$$\frac{|x^2 - 3x - 1|}{|x^2 + x + 1|} \leq 3$$

$$|x^2 - 3x - 1| \leq 3|x^2 + x + 1|, x^2 + x + 1 \neq 0 *$$

$$|x^2 - 3x - 1| \leq |3x^2 + 3x + 3|$$

จาก $|\square| \leq |\Delta|$ จะได้ $[\square - \Delta][\square + \Delta] \leq 0$

ดังนั้น $[(x^2 - 3x - 1) - (3x^2 + 3x + 3)][(x^2 - 3x - 1) + (3x^2 + 3x + 3)] \leq 0$

$$[-2x^2 - 6x - 4][4x^2 + 2] \leq 0$$

พบว่า $4x^2 + 2 > 0$ เสมอ จึงนำ $4x^2 + 2$ ทหาร 2 ข้างอสมการ

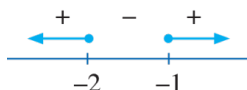
$$\frac{[-2x^2 - 6x - 4][\cancel{4x^2 + 2}]}{[\cancel{4x^2 + 2}]} \leq \frac{0}{[4x^2 + 2]}$$

$$-2x^2 - 6x - 4 \leq 0$$

นำ -2 ทหาร 2 ข้างของอสมการ (เครื่องหมายเปลี่ยน)

$$x^2 + 3x + 2 \geq 0$$

$$(x+2)(x+1) \geq 0$$



$$\text{เซตคำตอบ} = (-\infty, -2] \cup [-1, \infty)$$

$$\text{จะได้ว่า } a = -2, b = -1 \quad \therefore a+b = -3$$

$$\begin{aligned} * \quad x^2+x+1 &= \left(x^2+x+\frac{1}{4}\right) + \frac{3}{4} \\ &= \left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \end{aligned}$$

เราพบว่า $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$ เป็นบวกเสมอ ดังนั้น

$$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \neq 0 \quad \text{สำหรับทุก } x \in \mathbb{R}$$

$$\therefore x^2+x+1 \neq 0 \quad \text{สำหรับทุก } x \in \mathbb{R}$$

2. จำนวนน้อยที่สุดที่ 5, 9 และ 12 หารลงตัว แต่หารด้วย 11 แล้วเหลือเศษ 2

มีผลบวกของเลขโดดทุกหลักรวมกันเท่ากับเท่าใด

1. 9

2. 10

3. 11

4. 12

5. 13

2. **ตอบ 1**

วิธีทำ ให้ N เป็นจำนวนดังกล่าว

จากโจทย์ 5 หาร N ลงตัว

9 หาร N ลงตัว

และ 12 หาร N ลงตัว

$\therefore [5, 9, 12]$ หาร N ลงตัว

เราพบว่า $[5, 9, 12] = 180 *$

ดังนั้น 180 หาร N ลงตัว

$$\therefore N = 180, 180 \times 2, 180 \times 3, 180 \times 4, 180 \times 5, 180 \times 6, \dots$$

$$= 180, 360, 540, 720, 900, 1080, \dots$$

แต่ N ต้องเป็นจำนวนที่น้อยที่สุดและหารด้วย 11 แล้วเหลือเศษ 2

ดังนั้นจึงตรวจสอบโดยนำ N ไปหารด้วย 11 พบว่า 180 หารด้วย 11 เหลือเศษ 4

และจำนวนอื่นๆ ที่เป็นพหุคูณของ 180 จะมีเศษเป็นพหุคูณของ 4 ด้วยดังนี้

$$360 \text{ หารด้วย } 11 \text{ เหลือเศษ } 4 \times 2 = 8$$

$$540 \text{ หารด้วย } 11 \text{ เหลือเศษ } 4 \times 3 = 12 \rightarrow 12 - 11 = 1$$

(แต่เศษจากการหารด้วย 11 จะต้งน้อยกว่า 11 ดังนั้นเศษ 12 ต้องลบออกด้วย 11 แล้วตอบเศษ 1)

$$720 \text{ หารด้วย } 11 \text{ เหลือเศษ } 4 \times 4 = 16 \rightarrow 16 - 11 = 5$$

(แต่เศษจากการหารด้วย 11 จะต้งน้อยกว่า 11 ดังนั้นเศษ 16 ต้องลบออกด้วย 11 แล้วตอบเศษ 5)

$$900 \text{ หารด้วย } 11 \text{ เหลือเศษ } 4 \times 5 = 20 \rightarrow 20 - 11 = 9$$

(แต่เศษจากการหารด้วย 11 จะต้งน้อยกว่า 11 ดังนั้นเศษ 20 ต้องลบออกด้วย 11 แล้วตอบเศษ 9)

$$1080 \text{ หารด้วย } 11 \text{ เหลือเศษ } 4 \times 6 = 24 \rightarrow 24 - 11 \times 2 = 2$$

(แต่เศษจากการหารด้วย 11 จะต้งน้อยกว่า 11 ดังนั้นเศษ 24 ต้องลบออกด้วย 11×2 แล้วตอบเศษ 2)

ดังนั้น x นี้ N ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขทั้งหมด = 1080

และมีผลบวกเลขโดดทุกหลักรวมกัน = $1 + 0 + 8 + 0 = 9$

* ทา [5, 9, 12]

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 5 \ 9 \ 12} \\ \underline{5 \ 3 \ 4} \\ \hline \end{array}$$

$$\therefore [5, 9, 12] = 3 \times 5 \times 3 \times 4 = 180$$

3. ให้ \vec{a} , \vec{b} และ \vec{c} เป็นเวกเตอร์ 3 มิติที่ไม่ใช่เวกเตอร์ศูนย์ ถ้า $|(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot |\vec{c}|$

แล้วจะสรุปได้ตรงตามข้อใด

1. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$, $\vec{b} \cdot \vec{c} = 0$

2. $\vec{b} \cdot \vec{c} = 0$, $\vec{c} \cdot \vec{a} = 0$

3. $\vec{c} \cdot \vec{a} = 0$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

4. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{c} \cdot \vec{a} = 0$

5. ไม่มีตัวเลือกใดถูก

3. ตอบ 4

วิธีทำ

$$\begin{aligned} |(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}| &= \|\vec{a} \times \vec{b}\| \cdot |\vec{c}| \cdot \cos\theta \quad \text{โดย } \theta \text{ คือ มุมระหว่าง } \vec{a} \times \vec{b} \text{ กับ } \vec{c} \\ &= \|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\| \cdot \sin\alpha \cdot |\vec{c}| \cdot \cos\theta \quad \text{โดย } \alpha \text{ คือ มุมระหว่าง } \vec{a} \text{ กับ } \vec{b} \\ &= |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot |\sin\alpha| \cdot |\vec{c}| \cdot |\cos\theta| \end{aligned}$$

เมื่อ $|(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot |\vec{c}|$

แสดงว่า $|\sin\alpha| = 1$ ซึ่งก็คือ $\alpha = 90^\circ$ จะได้ $\vec{a} \perp \vec{b}$ ($\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$)

และ $|\cos\theta| = 1$ ซึ่งก็คือ $\theta = 0^\circ, 180^\circ$ จะได้ $\vec{a} \times \vec{b}$ ขนานกับ \vec{c}

แต่ $\vec{a} \perp \vec{a} \times \vec{b}$ และ $\vec{b} \perp \vec{a} \times \vec{b}$

แสดงว่า $\vec{a} \perp \vec{c}$ ($\vec{c} \cdot \vec{a} = 0$) และ $\vec{b} \perp \vec{c}$ ($\vec{b} \cdot \vec{c} = 0$)

ดังนั้น $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{c} \cdot \vec{a} = 0$

4. ถ้าตารางแจกแจงคะแนนสอบของเด็กนักเรียนกลุ่มหนึ่งมีรายละเอียดดังนี้

อันตรภาคชั้น	ความถี่สะสม
0-5	12
6-10	32
11-20	52
21-30	80

จงหาผลต่างระหว่างเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 40 กับฐานนิยม

1. 2

2. 2.5

3. 3.5

4. 4.5

5. 5.5

4. ตอบ 2

วิธีทำ หาฐานนิยม

เนื่องจากตารางมีความกว้างชั้น (I) ในแต่ละชั้นไม่เท่ากัน จึงใช้ $\frac{f}{I}$ เป็นตัววัด

ว่าฐานนิยมจะอยู่ชั้นไหน โดยฐานนิยมจะอยู่ในชั้นที่ $\frac{f}{I}$ สูงสุด

อันตรภาคชั้น	ความถี่สะสม	ความถี่ (f)	ความกว้าง (I)	$\frac{f}{I}$
0-5	12	12	6	2
6-10	32	20	5	4*
11-20	52	20	10	2
21-30	80	28	10	2.8

Note ความกว้างชั้นหาโดย ความกว้าง (I) = ขอบบน-ขอบล่าง

เช่นชั้น 6-10 I = 10.5-5.5 = 5

ดังนั้นฐานนิยมจะอยู่ในชั้น 6-10 ซึ่ง $\frac{f}{I}$ สูงที่สุด

โดยฐานนิยม = จุดกึ่งกลางชั้นที่มีความถี่ต่อความกว้าง $\left(\frac{f}{I}\right)$ สูงสุด

$$= \frac{6+10}{2} = 8$$

หาเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 40

(1) หาดำแหน่งของ P_{40}

$$\text{ตำแหน่งของ } P_{40} = \frac{40}{100} \cdot N = \frac{40}{100} \cdot 80 = 32$$

(2) เรารู้ว่าตำแหน่งของ P_{40} = ความถี่สะสมชั้น 6-10

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } P_{40} &= \text{ขอบบนชั้น 6-10} \\ &= 10.5 \end{aligned}$$

$$\therefore P_{40} - \text{ฐานนิยม} = 10.5 - 8 = 2.5$$

5. ถ้าน้ำหนักของนักเรียนโรงเรียนหนึ่งซึ่งมี 4,000 คน และมีการแจกแจงแบบปกติ โดยมี เดไซล์ที่ 5 เท่ากับ 50 กิโลกรัม และมีสัมประสิทธิ์การแปรผันเท่ากับ 12% แล้ว นักเรียน ที่หนักมากกว่า 44 กิโลกรัม แต่ไม่เกิน 59 กิโลกรัม จะมีทั้งหมดประมาณกี่คน

ตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานระหว่าง 0 ถึง z เป็นดังนี้

Z	0.75	1	1.25	1.5
พื้นที่ใต้โค้ง	0.2734	0.3413	0.3944	0.4332

1. 2,224 2. 2,458 3. 2,942 4. 3,098 5. 3,310

5. ตอบ 4

วิธีทำ เมื่อแจกแจงแบบปกติ

$$\mu = D_5 = 50$$

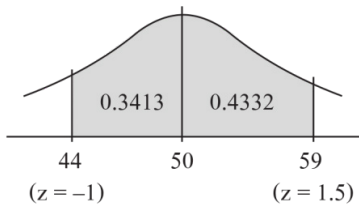
จากโจทย์ ส.ป.ส.การแปรผัน = 12%

$$\frac{\sigma}{50} = \frac{12}{100}$$

$$\therefore \sigma = 6$$

$$\text{เมื่อ } x_1 = 44 \rightarrow z_1 = \frac{44-50}{6} = -1 \rightarrow A = 0.3413$$

$$\text{เมื่อ } x_2 = 59 \rightarrow z_2 = \frac{59-50}{6} = 1.5 \rightarrow A = 0.4332$$



$$A_{\text{รวม}} = 0.3413 + 0.4332 = 0.7745$$

$$\text{คิดเป็น } 0.7745 \times 4,000 = 3,098$$

ดังนั้นจะมีทั้งหมดประมาณ 3,098 คน