

## เฉลย พาน้องพิชิต TCAS 13<sup>rd</sup>

### พิชิต PAT1 & คณิตศาสตร์ 1 วิชาสามัญ

#### เรื่อง ลำดับ และอนุกรม

##### ▶ อนุกรมอนันต์

##### ข้อ 3 ตอบ 4

$$\text{จากโจทย์ } a_{n+1} = a_n + a_{n-1} \rightarrow a_n = a_{n+1} - a_{n-1}$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{a_n}{a_{n-1}a_{n+1}} &= \sum_{n=2}^{\infty} \frac{a_{n+1} - a_{n-1}}{a_{n-1}a_{n+1}} = \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{a_{n+1}}{a_{n-1}a_{n+1}} - \frac{a_{n-1}}{a_{n-1}a_{n+1}} \right) \\ &= \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{1}{a_{n-1}} - \frac{1}{a_{n+1}} \right) \\ &= \left( \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_3} \right) + \left( \frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_4} \right) + \left( \frac{1}{a_3} - \frac{1}{a_5} \right) + \left( \frac{1}{a_4} - \frac{1}{a_6} \right) \\ &\quad + \left( \frac{1}{a_5} - \frac{1}{a_7} \right) + \left( \frac{1}{a_6} - \frac{1}{a_8} \right) + \dots \\ &= \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{3} = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

##### ข้อ 4 ตอบ 1

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 4 \rightarrow \frac{a_1(1-r^5)}{1-r} = 4 \quad \text{--- (1)}$$

$$a_6 + a_7 + a_8 + \dots + a_{15} = 3 \rightarrow \frac{a_6(1-r^{10})}{1-r} = 3 \quad \text{--- (2)}$$

$$\frac{(2)}{(1)}, \frac{a_6(1-r^{10})}{a_1(1-r^5)} = \frac{3}{4} \rightarrow \frac{a_1 r^5 (1-r^5)(1+r^5)}{a_1(1-r^5)} = \frac{3}{4}$$

$$4r^5(1+r^5) = 3 \rightarrow 4r^{10} + 4r^5 - 3 = 0$$

$$(2r^5 - 1)(2r^5 + 3) = 0 \rightarrow r^5 = \frac{1}{2}, -\frac{3}{2} \rightarrow |r^5| = |r|^5 = \frac{1}{2}, \left( \frac{3}{2} \right) \begin{matrix} \text{ใช้ไม่ได้} \\ \therefore |r| < 1 \\ |r|^5 < 1 \end{matrix}$$

$$\text{นำ } r^5 = \frac{1}{2} \text{ แทนลงใน (1) จะได้ } \frac{a_1 \left( 1 - \frac{1}{2} \right)}{1-r} = 4$$

$$\frac{a_1}{1-r} = 8 \rightarrow S_{\infty} = 8 \rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = 8$$

ข้อ 6 ตอบ 4

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} 2^{\frac{3}{4}} \cdot 2^{\frac{5}{8}} \cdot 2^{\frac{7}{16}} \cdot 2^{\frac{9}{32}} \cdot \dots \cdot (2^{2n+1})^{\frac{1}{2^{n+1}}} \\ = 2^{\frac{3}{4}} \cdot 2^{\frac{5}{8}} \cdot 2^{\frac{7}{16}} \cdot 2^{\frac{9}{32}} \cdot \dots \\ = 2^{\frac{3}{4} + \frac{5}{8} + \frac{7}{16} + \frac{9}{32} + \dots} \\ = 2^{S_{\infty}} \text{ เมื่อ } S_{\infty} = \frac{3}{4} + \frac{5}{8} + \frac{7}{16} + \frac{9}{32} + \dots \end{aligned}$$

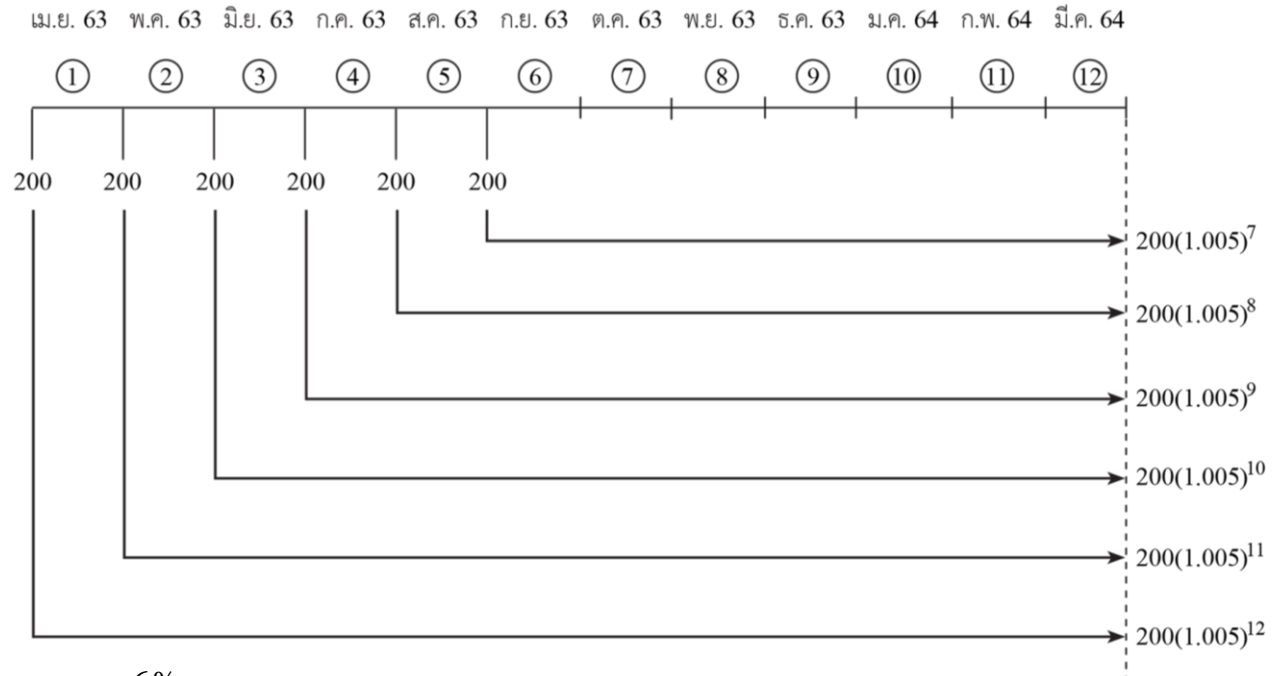
หา  $S_{\infty}$  จาก

$$\begin{aligned} S_{\infty} &= \frac{3}{4} + \frac{5}{8} + \frac{7}{16} + \frac{9}{32} + \dots \\ \frac{1}{2}S_{\infty} &= \frac{3}{8} + \frac{5}{16} + \frac{7}{32} + \dots \\ \frac{1}{2}S_{\infty} &= \frac{3}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots \\ \frac{1}{2}S_{\infty} &= \frac{3}{4} + \left[ \frac{\frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{2}} \right] = \frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{5}{4} \\ S_{\infty} &= \frac{5}{2} \end{aligned}$$

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} 8^{\frac{1}{4}} \cdot 32^{\frac{1}{8}} \cdot 128^{\frac{1}{16}} \cdot 512^{\frac{1}{32}} \cdot \dots \cdot (2^{2n+1})^{\frac{1}{2^{n+1}}} = 2^{S_{\infty}} = 2^{\frac{5}{2}} = 2^2 \cdot 2^{\frac{1}{2}} = 4\sqrt{2}$$

► ดอกเบี้ย, มูลค่าเงินตามเวลา และค่างวด

ข้อ 8 ตอบ 1



$$i = \frac{6\%}{12} = 0.5\% \text{ ต่อเดือน}$$

$$\text{จาก } FV = PV(1+i)^n$$

**Ex.** การฝากเงินครั้งที่ 1 1 เม.ย. 63

$$PV = 200 \text{ บาท , } n = 12$$

$$\text{จะได้ } FV = 200 \left( 1 + \frac{0.5}{100} \right)^{12} = 200(1.005)^{12}$$

เงินในบัญชีเมื่อรวมทั้งหมด ณ 31 มี.ค. 64

$$= 200(1.005)^7 + 200(1.005)^8 + 200(1.005)^9 + \dots + 200(1.005)^{12}$$

$$= \frac{200(1.005)^7 [(1.005)^6 - 1]}{1.005 - 1} \quad **$$

$$= \frac{200((1.005)^{13} - (1.005)^7)}{1.005 - 1}$$

\*\* จากสูตร  $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$

โดย  $a_1 = 200(1.005)^7$  ,  $r = 1.005$  และ  $n = 6$

ข้อ 9 ดูเฉลยเป็นคลิปได้ทาง QR Code ทำยฉบับ

ข้อ 10 **ตอบ** ควรฝากธนาคาร B ซึ่งได้เยอะกว่าอยู่ 900,000 บาท

ธนาคาร A  $i = 12\%$  ต่อปี  $\rightarrow i = \frac{12}{12} = 1\%$  ต่อเดือน

10 ปี จะมีการจ่ายดอกเบี้ย  $12 \times 10 = 120$  ครั้ง

ดังนั้น  $FV_A = 10,000,000[1 + 0.01]^{120}$

$FV_A = 10,000,000[1.01]^{120} = 10,000,000[3.30] = 33,000,000$  บาท

ธนาคาร B  $i = 12.4\%$  ต่อปี  $\rightarrow i = \frac{12.4}{4} = 3.1\%$  ต่อไตรมาส (3 เดือน)

10 ปี จะมีการจ่ายดอกเบี้ย  $4 \times 10 = 40$  ครั้ง

ดังนั้น  $FV_B = 10,000,000[1 + 0.031]^{40}$

$FV_B = 10,000,000[1.031]^{40} = 10,000,000[3.39]$

$FV_B = 33,900,000$  บาท

สายธารควรฝากเงินกับธนาคาร B โดยได้รับเงินรวมเมื่อสิ้นปีที่ 10

มากกว่าธนาคาร A อยู่ 900,000 บาท

## เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล และลอการิทึม

### ► สมการ Log

ข้อ 14 ตอบ 5

$$x \log_2 3 + \log_2 y = y + \log_2 \frac{3x}{2} \quad \text{โดย } x, y > 0$$

$$\log_2(y \cdot 3^x) = \log_2\left(2^y \cdot \frac{3x}{2}\right)$$

$$y \cdot 3^x = 2^y \cdot \frac{3x}{2} \quad \text{---(1)}$$

$$x \log_3 12 + \log_3 x = y + \log_3 \frac{2y}{3}$$

$$\log_3(12^x \cdot x) = \log_3\left(3^y \cdot \frac{2y}{3}\right)$$

$$(12^x \cdot x) = 3^y \cdot \frac{2y}{3} \quad \text{---(2)}$$

$$(1) \times (2) : \quad \cancel{y} \cdot 3^x \cdot 12^x \cdot \cancel{x} = 2^y \cdot \frac{\cancel{3} \cancel{x}}{\cancel{2}} \cdot 3^y \cdot \frac{\cancel{2} \cancel{y}}{\cancel{3}}$$

$$36^x = 6^y \rightarrow 6^{2x} = 6^y \quad \text{ดังนั้น } 2x = y$$

$$\text{แทน } y = 2x \text{ ใน (1) : } 2 \cancel{x} \cdot 3^x = 2^{2x} \cdot \frac{3 \cancel{x}}{2}$$

$$\frac{2 \times 2}{3} = \frac{4^x}{3^x} \rightarrow \frac{4}{3} = \left(\frac{4}{3}\right)^x$$

จะได้  $x = 1$  และ  $y = 2$

แสดงว่า  $A = \{(1, 2)\}$  ดังนั้น  $B = \{1^2 + 2^2\} = \{5\}$

$\therefore$  ผลบวกสมาชิกภายใน  $B = 5$

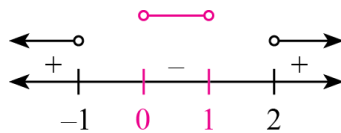
► **อสมการ Log**

ข้อ 15 ตอบ 2

$$A : \log_x(x+2) > 2 \text{ โดย } x > 0 \text{ และ } x \neq 1$$

$$\text{พิจารณา } 0 < x < 1 : \log_x(x+2) > 2 \rightarrow x+2 < x^2$$

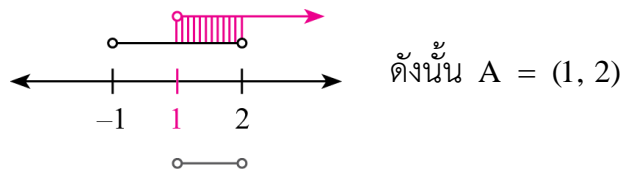
$$x^2 - x - 2 > 0 \rightarrow (x-2)(x+1) > 0$$



พบว่าไม่มีช่วงซ้ำ ดังนั้น ไม่มี  $x$  ในช่วง  $(0, 1)$  ที่ทำให้อสมการเป็นจริง

$$\text{พิจารณา } x > 1 : \log_x(x+2) > 2 \rightarrow x+2 > x^2$$

$$x^2 - x - 2 < 0 \rightarrow (x-2)(x+1) < 0$$



$$B : \log_2 2^{x-1} + \log_2(2^{x+1} + 1) < \log_2(7 \cdot 2^x + 12)$$

$$\log_2(2^{x-1})(2^{x+1} + 1) < \log_2(7 \cdot 2^x + 12)$$

$$2^{2x} + 2^{x-1} < 7 \cdot 2^x + 12$$

$$\times 2 : 2(2^x)^2 + (2^x) < 14 \cdot (2^x) + 24$$

$$\text{ให้ } m = 2^x$$

$$2m^2 + m < 14m + 24 \rightarrow 2m^2 - 13m - 24 < 0$$

$$(2m+3)(m-8) < 0 \rightarrow (2 \cdot 2^x + 3)(2^x - 8) < 0$$

เนื่องจาก  $2^x > 0$  เสมอ ดังนั้น  $2 \cdot 2^x + 3 > 0$  เสมอ ตัดได้

$$\text{แสดงว่า } 2^x - 8 < 0 \rightarrow 2^x < 2^3 \rightarrow x < 3 \text{ ดังนั้น } B = (-\infty, 3)$$

$$\text{จะได้ว่า } A \cap B = (1, 2) \subset (1, 2] \text{ (ตัวเลือกที่ 2)}$$

**ข้อ 16 ตอบ 1**

$$\text{จาก } 2 + \sqrt{3} = (2 + \sqrt{3}) \frac{(2 - \sqrt{3})}{2 - \sqrt{3}} = \frac{4 - 3}{2 - \sqrt{3}} = (2 - \sqrt{3})^{-1}$$

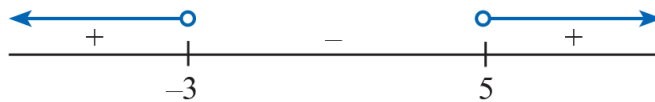
$$\text{จากโจทย์จะได้ } \log_2(2 - \sqrt{3})^{x^2 - 2x - 16} < \log_2(2 - \sqrt{3})^{-1}$$

$$(2 - \sqrt{3})^{x^2 - 2x - 16} < (2 - \sqrt{3})^{-1}$$

$$x^2 - 2x - 16 > -1, \quad 2 - \sqrt{3} < 1 \text{ เป็น } f^n \text{ ลด}$$

$$x^2 - 2x - 15 > 0$$

$$(x - 5)(x + 3) > 0$$



$$A = (-\infty, -3) \cup (5, \infty)$$

$\therefore A$  เป็นสับเซตของตัวเลือกข้อ 1

## เรื่อง สถิติ

### ► การกระจาย และความแปรปรวน

ข้อ 18 ตอบ 5

จากโจทย์ การคำนวณครั้งแรกที่ผิด

ได้  $\mu = 55$  และคำนวณ  $\sigma^2 = 30$  โดยใช้  $\sum_{i=1}^{46} (x_i - 55)^2$

$$\begin{aligned} \text{จากสูตร} \quad \sigma^2 &= \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N} \\ 30 &= \frac{\sum_{i=1}^{46} (x_i - 55)^2}{46} \end{aligned}$$

$$\text{ได้} \quad \sum_{i=1}^{46} (x_i - 55)^2 = 30 \cdot 46$$

ต่อมาพบว่าคำนวณ  $\mu$  ผิด ต้องได้  $\mu = 60$

$$\begin{aligned} \text{จากสูตร} \quad \sigma^2 &= \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^{46} (x_i - 60)^2}{46} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^{46} ((x_i - 55) - 5)^2}{46} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^{46} ((x_i - 55)^2 - 10(x_i - 55) + 25)}{46} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^{46} ((x_i - 55)^2 - 10x_i + 550 + 25)}{46} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^{46} ((x_i - 55)^2 - 10x_i + 575)}{46} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^{46} (x_i - 55)^2 - 10 \sum_{i=1}^{46} x_i + \sum_{i=1}^{46} 575}{46} \quad ** \\ &= \frac{30 \cdot 46 - 10 \cdot 46 \cdot 60 + 46 \cdot 575}{46} \\ &= 30 - 600 + 575 = 5 \end{aligned}$$

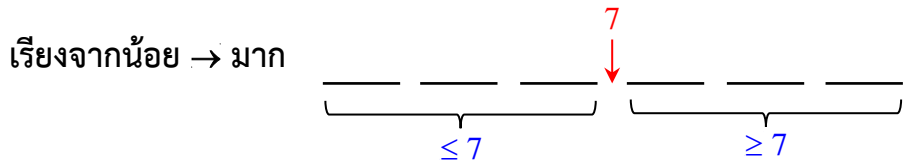
$$** \quad \sum_{i=1}^{46} x_i = N \cdot \mu = 46 \cdot 60$$



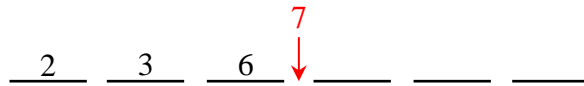
**ข้อ 19 ตอบ 2**

จากโจทย์จะได้  $Med = Q_2 = 7$

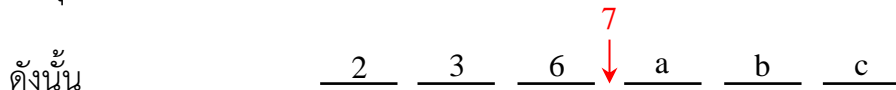
เมื่อ  $Med = 7$  แสดงว่า เมื่อเรียงข้อมูลจากน้อยไปมาก ข้อมูล 3 ตัวแรก จะน้อยกว่าหรือเท่ากับ 7 และข้อมูล 3 ตัวถัดไปจะมากกว่าหรือเท่ากับ 7



ดังนั้น  $x_1, x_2, x_3$  คือ ข้อมูล 3 ตัวแรก เพราะทั้ง 3 ตัวมีค่าน้อยกว่า 7



สมมติให้ อีก 3 ตัวถัดไปเป็น  $a, b, c$  โดย  $a \leq b \leq c$



จะได้ว่า  $\frac{6+a}{2} = 7 \rightarrow 6+a = 14 \rightarrow a = 8$

จาก พิสัย = 16

$$\therefore c - 2 = 16$$

$$c = 18$$

และจาก  $\sum_{i=1}^6 (x_i - k)^2$  มีค่าน้อยสุดเมื่อ  $k = 8$

เราจะได้ว่า  $\mu = 8$  (เพราะ  $\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2$  น้อยที่สุด)

จาก 
$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

จะได้ว่า 
$$8 = \frac{2+3+6+8+b+18}{6}$$

$$48 = 37+b$$

$$\therefore b = 11$$

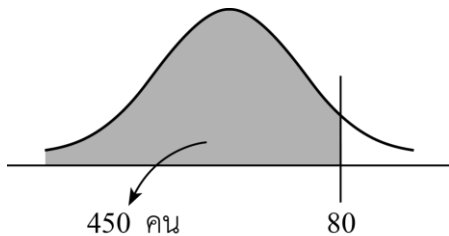
ข้อมูล 6 ตัว คือ 2 3 6 8 11 18

$$\begin{aligned}
 \text{จาก } \sigma^2 &= \frac{\Sigma(x-\mu)^2}{N} \\
 &= \frac{(2-8)^2 + (3-8)^2 + (6-8)^2 + (8-8)^2 + (11-8)^2 + (18-8)^2}{6} \\
 &= \frac{36+25+4+0+9+100}{6} \\
 &= 29
 \end{aligned}$$

► พื้นที่ใต้โค้งปกติ กับค่ามาตรฐาน (Z)

ข้อ 23 ตอบ 72.2

$$N = 500, \sigma = 5$$



$$\text{คิดเป็น } \frac{450}{500} \times 100 = 90\%$$

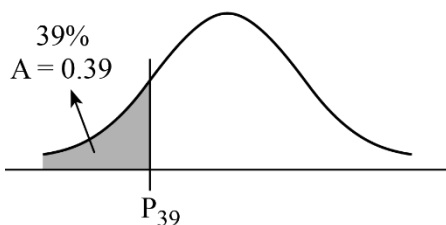
$$A = 0.9$$

$$\text{จาก } P(Z < 1.28) = 0.9$$

$$\text{แสดงว่า } x = 80 \rightarrow Z = 1.28$$

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma} \rightarrow 1.28 = \frac{80-\mu}{5}$$

$$\mu = 73.6$$



$$\text{จาก } P(Z < -0.28) = 0.39$$

$$Z = \frac{x-\mu}{\sigma} \rightarrow -0.28 = \frac{x-73.6}{5}$$

$$x = 72.2$$

## เรื่อง ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

### ► ฟังก์ชันกำลังสอง

ข้อ 25 ตอบ 2

ให้ผลิตขนมปังวันละ  $x$  ก้อน

และให้กำไรต่อวันเป็น  $y$  บาท

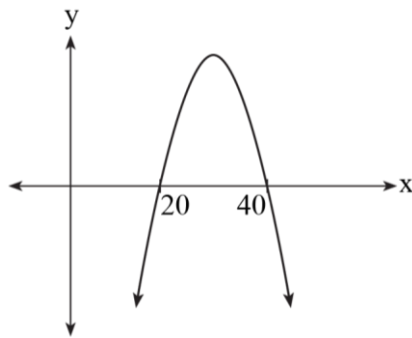
จากโจทย์ กำไร = รายได้ - ต้นทุน

$$\therefore y = (140 - 2x)(x) - [20x + 1,600]$$

$$y = -2x^2 + 120x - 1,600$$

$$y = -2(x^2 - 60x + 800)$$

$$y = -2(x - 20)(x - 40)$$



จากกราฟพบว่า ถ้าผลิตมาขาย 20 ก้อนหรือ 40 ก้อน จะเท่าทุน

และถ้าถามว่าผลิตอย่างน้อยที่สุดกี่ก้อนจึงกำไร ตอบ 21 ก้อน

(เป็นค่า  $x$  ที่เป็นจำนวนเต็มที่น้อยที่สุดที่ทำให้  $y$  เป็นบวก)

ข้อ 26 ตอบ 4

จาก ข้อ 25 ได้  $y = -2(x - 20)(x - 40)$

**วันที่ 1**  $x = 25$  ,  $y = -2(25 - 20)(25 - 40)$

$$= -2 \cdot 5(-15) = 150 \text{ บาท}$$

**วันที่ 2** ต้นทุนเพิ่ม 100 บาท ทำให้เมื่อผลิตและขาย  $x$  กล่องเท่าเดิม กำไรจะลดลง 100 บาท

ได้  $y = -2(x - 20)(x - 40) - 100$

$$x = 30 \text{ , } y = -2(30 - 20)(30 - 40) - 100$$

$$= -2(10)(-10) - 100 = 100 \text{ บาท}$$

$\therefore$  กำไรจะลดลงจาก**วันที่ 1** 50 บาท

ข้อ 27 ตอบ 2

ให้  $y$  เป็นค่าใช้จ่ายรวมต่อวัน

และทำขนมขาย  $x$  ชิ้นต่อวัน ( $x$  เป็นจำนวนเต็มบวก)

โดยต้นทุนทำขนม 1 ชิ้น  $a$  บาท

$\therefore x$  ชิ้น จะมีต้นทุน  $ax$  บาท (ค่าใช้จ่ายผันแปร)

และให้ค่าใช้จ่ายคงที่ต่อวันคือ  $b$  บาท

$\therefore$  จาก ค่าใช้จ่ายรวม = ค่าใช้จ่ายผันแปร + ค่าใช้จ่ายคงที่

$$y = ax + b$$

จากโจทย์  $x = 15$  ,  $y = 3,450$  ได้

$$3,450 = 15a + b \quad \text{---(1)}$$

และ  $x = 20$  ,  $y = 4,100$  ได้

$$4,100 = 20a + b \quad \text{---(2)}$$

แก้ (1), (2) ได้  $a = 130$  ,  $b = 1,500$

$$\therefore y = 130x + 1,500$$

ที่เอ้าขายวันละ  $x$  ชิ้น ชิ้นละ 190 บาท จะมีรายได้  $190x$

จาก กำไร = รายได้ - ค่าใช้จ่าย

$$= 190x - (130x + 1,500)$$

$$= 60x - 1,500$$

กำไรต้องมีอย่างน้อยวันละ 1,000 บาท

$$\text{กำไร} \geq 1,000$$

$$60x - 1,500 \geq 1,000$$

$$60x \geq 2,500$$

$$x \geq \frac{2,500}{60} \quad \frac{250}{6} \approx 41 \text{ กว่าๆ}$$

$\therefore x$  น้อยที่สุดคือ 42

ข้อ 28 ตอบ 2

เดือนแรก ขายชิ้นละ 50 บาท โดยทุนชิ้นละ 20 บาท

จึงได้กำไรชิ้นละ  $50 - 20 = 30$  บาท

ซึ่งขายได้ 500 ชิ้น กำไรรวม  $500 \times 30 = 15,000$  บาท

ต่อมาลดราคา  $x\%$

$$\begin{aligned} \text{กำไรต่อชิ้น} &= \text{ราคาขาย} - \text{ทุน} \\ &= \left[ 50 - \frac{x}{100}(50) \right] - 20 \\ &= 30 - \frac{x}{2} \end{aligned}$$

และขายได้มากขึ้น  $10x$  ชิ้นต่อเดือน

ขายได้เดือนละ  $= 500 + 10x$

กำไรรวม  $=$  กำไรต่อชิ้น  $\times$  จำนวนชิ้นที่ขายได้

$$\begin{aligned} y &= \left( 30 - \frac{x}{2} \right) (500 + 10x) \\ y &= 15,000 + 300x - 250x - 5x^2 \\ y &= -5x^2 + 50x + 15,000 \quad \text{--- (1)} \end{aligned}$$

พิจารณา (ก)

ราคาขาย 45 บาท แสดงว่า ลดราคา  $50 - 45 = 5$  บาท

คิดเป็น  $\frac{5}{50} \times 100\% = 10\% \quad \therefore x = 10$

$$\begin{aligned} \text{กำไร} &= (45 - 20) \times (500 + 10(10)) \\ &= 25 \times 600 = 15,000 \text{ บาท} \end{aligned}$$

$\therefore$  กำไรเท่ากับเดือนแรก

(ก) ถูก

### พิจารณา (ข)

จาก (1)  $x$  ที่ทำให้  $y$  สูงสุดคือ  $-\frac{b}{2a}$

โดย  $y = ax^2 + bx + c \quad \therefore x = -\frac{50}{2(-5)} = 5$  จะทำให้กำไร ( $y$ ) สูงสุด

5% คิดเป็น  $\frac{5}{100} \times 50 = 2.5$  บาท

แสดงว่าต้องขายราคาขึ้นละ  $50 - 2.5 = 47.5$  บาท จึงได้กำไรสูงสุด (ข) ผิด

### พิจารณา (ค)

จาก (1)  $y$  สูงสุดคือ  $\frac{4ac - b^2}{4a}$

โดย  $y = ax^2 + bx + c \quad \therefore y$  สูงสุด  $= \frac{4(-5)(15,000) - 50^2}{4(-5)}$   
 $= 15,125$  (ค) ถูก

## เรื่อง ระบบจำนวนจริง และอื่นๆ

### ► ตัวประกอบของพหุนาม

ข้อ 29 ตอบ 3

จากโจทย์จะพบว่า ตัวประกอบที่เหลือคือ  $x+6$

$$\text{ดังนั้น } x^3 + ax^2 + bx + 30 = (x^2 - 4x + 5)(x + 6)$$

แทนค่า  $x = 1$  ลงในสมการ จะได้

$$1 + a + b + 30 = (2)(7)$$

$$\therefore a + b = -17$$

ข้อ 30 ตอบ 144

จากโจทย์จะพบว่า  $\left(x + \frac{b}{6}\right)$  เป็นตัวประกอบที่เหลือ

$$\text{ดังนั้น } x^4 - 10x^3 + 25x^2 + b = (x^3 + ax^2 + x + 6)\left(x + \frac{b}{6}\right)$$

พิจารณาพจน์  $x^2$  ของสมการ

$$\text{ด้านซ้ายมือคือ } 25x^2, \text{ ด้านขวามือคือ } \left(\frac{ab}{6} + 1\right)x^2$$

$$\text{จากการเทียบสัมประสิทธิ์จะได้ว่า } \frac{ab}{6} + 1 = 25 \rightarrow ab = 144$$

$$\therefore |ab| = |144| = 144$$

ข้อ 31 มีเฉลยในคลิปเจาะกระาะ PAT1 & คณิตศาสตร์ 1

ข้อ 32 มีเฉลยในคลิปเจาะกระาะ PAT1 & คณิตศาสตร์ 1

► สมการกำลังสอง

ข้อ 33 ตอบ 1

ให้แผนกชายมี  $x$  คน

และแผนกบัญชีมี  $12-x$  คน

ทั้ง 2 แผนก โบนัสที่ได้รวมเท่ากันคือ 35,000 บาท

แสดงว่า แผนกชายได้คนละ  $\frac{35,000}{x}$  บาท

แผนกบัญชีได้คนละ  $\frac{35,000}{12-x}$  บาท

$$\text{จากโจทย์ } \frac{35,000}{x} - \frac{35,000}{12-x} = 2,000$$

$$\div 1,000, \quad \frac{35}{x} - \frac{35}{12-x} = 2$$

$$\frac{35(12-x) - 35x}{(x)(12-x)} = 2$$

$$420 - 70x = 2(12x - x^2)$$

$$\div 2, \quad 210 - 35x = 12x - x^2$$

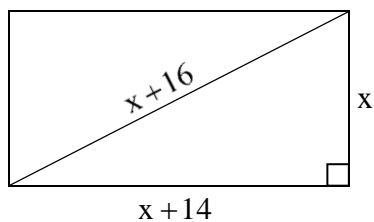
$$x^2 - 47x + 210 = 0$$

$$(x-42)(x-5) = 0 \quad \therefore x = \cancel{42}, 5 \quad (x = 42 \text{ ไม่ได้ เพราะรวม 2 แผนก ต้องได้ 12 คน)}$$

แผนกชายมีจำนวนคนน้อยกว่าแผนกบัญชี  $= 7-5 = 2$  คน



ข้อ 34 ตอบ 3



ให้ด้านกว้าง ยาว  $x$  เมตร

จะได้ด้านยาว ยาว  $x+14$  เมตร

และเส้นทแยงมุมยาว  $x+16$  เมตร

จากพีทาโกรัส

$$(x+16)^2 - (x+14)^2 = x^2$$

$$[(x+16) - (x+14)][(x+16) + (x+14)] = x^2$$

$$2[2x+30] = x^2$$

$$4x+60 = x^2$$

$$0 = x^2 - 4x - 60$$

$$0 = (x-10)(x+6)$$

$$\therefore x = 10, \cancel{-6}$$

$\therefore$  พื้นที่ห้อง =  $10 \times 24 = 240$  ตารางเมตร

จึงเสียค่าแรงในการปรับปรุงพื้นที่ =  $240 \times 120$

$$= 28,800$$

► ระบบสมการ

ข้อ 35 ตอบ 3

ให้ชายไอติมรสส้ม  $x$  แห่ง

และชายไอติมรสกะทิ  $26-x$  แห่ง

กำไรจากการขายไอติมรสส้มคือ  $y$  บาทต่อแห่ง

และกำไรจากการขายไอติมรสกะทิคือ  $y-1$  บาทต่อแห่ง

กำไรจากการขายไอติมรสส้มทั้งหมดคือ  $xy$  บาท และ กำไรจากการขายไอติมรสกะทิทั้งหมดคือ  $(26-x)(y-1)$  บาท

จากโจทย์ กำไรจากการขายไอติมรสส้มเป็น 2 เท่าของกำไรจากการขายไอติมรสกะทิ และ

กำไรจากการขายไอติมทั้ง 2 รส รวมกันได้ 120 บาท

จะได้ว่า กำไรจากรสส้ม + กำไรจากรสกะทิ = 120

$$2(\text{กำไรจากรสกะทิ}) + \text{กำไรจากรสกะทิ} = 120$$

$$3(\text{กำไรจากรสกะทิ}) = 120$$

$$\therefore \text{กำไรจากรสกะทิ} = 40 \text{ บาท}$$

และ กำไรจากรสส้ม =  $2(40) = 80$  บาท

ดังนั้น  $xy = 80$  — (1)

และ  $(26-x)(y-1) = 40$  — (2)

พิจารณา (1), (2) โดย  $x < 26$

	$xy = 80$	$(26-x)(y-1) = 40$
$x = 20, y = 4$	$20 \cdot 4 = 80$	$6 \cdot 3 \neq 40$ ✗
$x = 16, y = 5$	$16 \cdot 5 = 80$	$10 \cdot 4 = 40$ ✓

ดังนั้น ชายไอติมรสส้ม 16 แห่ง

และชายไอติมรสกะทิ  $26-16 = 10$  แห่ง

**ข้อ 36 ตอบ 1,340**

ให้ น้ำดื่มราคาแพ็คเกจละ  $x$  บาท

ข้าวสารราคา กิโลกรัมละ  $y$  บาท

ปลากระป๋องราคาแพ็คเกจละ  $z$  บาท

$$\text{สมการคือ } 2x + 2y + 5z = 800 \quad \text{--- (1)}$$

$$4x + 10y + 3z = 1,000 \quad \text{--- (2)}$$

$$7x + 3y + z = 660 \quad \text{--- (3)}$$

$$(3) \times 3, \quad 21x + 9y + 3z = 1,980 \quad \text{--- (4)}$$

$$(4) - (2), \quad 17x - y = 980 \quad \text{--- (5)}$$

$$(3) \times 5, \quad 35x + 15y + 5z = 3,300 \quad \text{--- (6)}$$

$$(6) - (1), \quad 33x + 13y = 2,500 \quad \text{--- (7)}$$

$$(5) \times 13, \quad 221x - 13y = 12,740 \quad \text{--- (8)}$$

$$(7) + (8), \quad 254x = 15,240$$

$$\boxed{x = 60}$$

แทน  $x$  ใน (5),  $17(60) - y = 980$

$$\boxed{y = 40}$$

แทน  $x$  และ  $y$  ใน (3),  $7(60) + 3(40) + z = 660$

$$\boxed{z = 120}$$

$$\therefore 5x + 5y + 7z = 5(60) + 5(40) + 7(120) = 1,340$$

**ข้อ 37 ดูเฉลยเป็นคลิปใต้ทาง QR Code ท้ายฉบับ**

## เรื่อง ตรรกศาสตร์

### ► ตัวบ่งปริมาณ

ข้อ 39 ตอบ 2

$$\mathcal{U} = \left(-\frac{1}{2}, 1\right)$$

$$(ก) \frac{1}{|x+1|} > 2 \rightarrow \frac{1}{2} > |x+1|, x \neq -1$$

$$|x+1| < \frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{2} < x+1 < \frac{1}{2}$$

$$-\frac{3}{2} < x < -\frac{1}{2} \text{ โดย } x \neq -1$$

$$\exists x \left[ \frac{1}{|x+1|} > 2 \right] \equiv \exists x \left[ -\frac{3}{2} < x < -\frac{1}{2}, x \neq -1 \right] \equiv \text{F}$$

ไม่มี  $x$  โดย  $x \in \mathcal{U}$  ที่  $-\frac{3}{2} < x < -\frac{1}{2}, x \neq -1$

$\therefore$  (ก) ถูก

$$(ข) |x| < \frac{1}{2} \rightarrow -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$$

$$\forall x \left[ |x| < \frac{1}{2} \right] \equiv \forall x \left[ -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2} \right] \equiv \text{F}$$

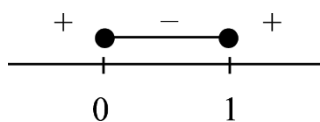
เพราะมี  $x$  บางค่า ซึ่ง  $x \in \mathcal{U}$  แต่  $x \notin \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

เช่น  $x = \frac{1}{2} \quad \therefore$  (ข) ผิด

เมื่อ (ก) ถูก และ (ข) ผิด ข้อนี้ตอบคำตอบ 2

สำหรับ (ค)  $x^2 - x \leq 0$

$$(x)(x-1) \leq 0$$



$$\forall x [x/x^2 - x \leq 0] \equiv \forall x [x/0 \leq x \leq 1] \equiv F$$

เพราะมี  $x$  บางค่า ซึ่ง  $x \in \mathcal{U}$  แต่  $x \notin [0, 1]$

เช่น  $x$  ซึ่ง  $x \in \left(-\frac{1}{2}, 0\right)$   $\therefore$  (ค) ถูก

#### ข้อ 40 ตอบ 1

จากโจทย์  $4^x + 2^x = 72$

$$(2^2)^x + 2^x - 72 = 0$$

$$(2^x)^2 + 2^x - 72 = 0$$

$$(2^x + 9)(2^x - 8) = 0$$

$$\therefore 2^x = \cancel{9}, 8$$

$$2^x = 8 \rightarrow x = 3$$

$$\exists x [4^x + 2^x = 72] \equiv \exists x [x = 3]$$

ดังนั้น  $\mathcal{U}$  ที่จะทำให้  $\exists x [x = 3]$  เป็นจริงต้องมี 3 เป็นสมาชิก เราจะใช้วิธีแทน  $x = 3$

ลงในแต่ละคำตอบ คำตอบใดแทน  $x = 3$  แล้วสอดคล้องกับเงื่อนไข (จริง) แสดงว่า

มี 3 เป็นสมาชิกและเป็นคำตอบ ซึ่งเมื่อเราแทน  $x = 3$  ลงใน 5 คำตอบ พบว่า

มีเพียงคำตอบที่ 1 เท่านั้นที่สอดคล้อง ( $|2 \cdot 3 - 3| \leq 7$  จริง)

## Additional Problems

### ข้อ 1 ตอบ 5

ให้  $x$  แทนจำนวนผู้สมัครประเภทมินิมารารอน

ให้  $y$  แทนจำนวนผู้สมัครประเภทฮาล์ฟมารารอน

ให้  $z$  แทนจำนวนผู้สมัครประเภทมารารอน

จากโจทย์ ผู้สมัครเข้าร่วมทั้งหมด 1,500 คน

จะได้สมการ  $x + y + z = 1,500$  ——(1)

จากโจทย์ รายได้จากค่าสมัครประเภทฮาล์ฟมารารอนเท่ากับสองเท่าของรายได้

จากค่าสมัครประเภทมินิมารารอน

จะได้สมการ  $600y = 2(400x)$

$$800x - 600y = 0 \quad \text{——(2)}$$

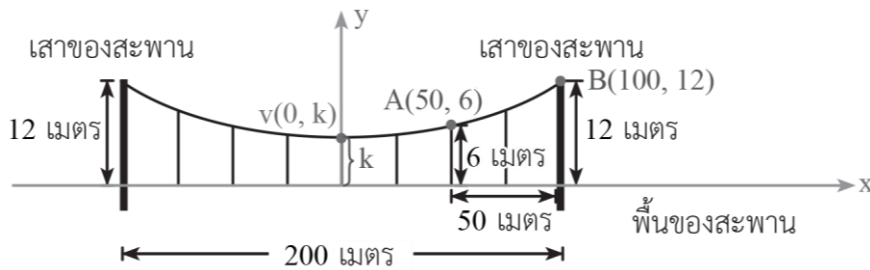
จากโจทย์ ผู้จัดมีรายได้ทั้งหมด 800,000 บาท

จะได้สมการ  $400x + 600y + 800z = 800,000$  ——(3)

จากสมการ (1), (2) และ (3) จะได้เมทริกซ์แต่งเติมดังนี้

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1,500 \\ 800 & -600 & 0 & 0 \\ 400 & 600 & 800 & 800,000 \end{array} \right]$$

ข้อ 2 ตอบ 5



เลือกแกน  $x$  และแกน  $y$  ที่จุดกึ่งกลางของพื้นสะพานดังรูป

ให้ระยะห่างที่น้อยที่สุดของราวเหล็กกับพื้นของสะพานเท่ากับ  $k$  เมตร

จะได้ว่า ราวเหล็กโค้งรูปพาราโบลาที่มีจุดยอดคือ  $v(0, k)$

โดยจะผ่านจุด  $A(50, 6)$  และจุด  $B(100, 12)$

สมการของพาราโบลาคือ  $(x-0)^2 = 4c(y-k)$

จะได้ 
$$\frac{y-k}{x^2} = \frac{1}{4c}$$

ที่จุด  $A(50, 6)$  พบว่า 
$$\frac{6-k}{50^2} = \frac{1}{4c} \quad \text{--- (1)}$$

ที่จุด  $B(100, 12)$  พบว่า 
$$\frac{12-k}{100^2} = \frac{1}{4c} \quad \text{--- (2)}$$

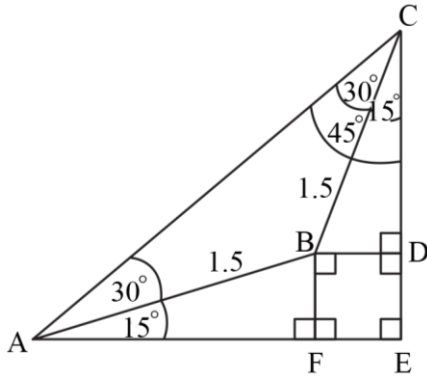
ซึ่ง (1) = (2) ดังนั้น 
$$\frac{6-k}{50^2} = \frac{12-k}{100^2} \rightarrow 4(6-k) = 12-k$$

$$24-4k = 12-k \rightarrow 3k = 12 \rightarrow k = 4$$

$\therefore$  ระยะห่างที่น้อยที่สุดของราวเหล็กกับพื้นของสะพานเท่ากับ 4 เมตร

ข้อ 3 ตอบ 5

วาดรูปตามโจทย์



พิจารณา  $\triangle ACE$

$$\hat{CAE} = 45^\circ \text{ ดังนั้น } \hat{CAB} = 30^\circ$$

พิจารณา  $\triangle ACB$

$$\hat{CAB} = \hat{ACB} = 30^\circ$$

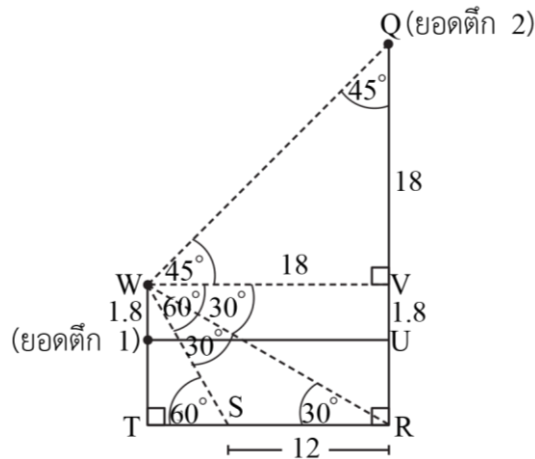
ดังนั้น  $\triangle ACB$  เป็น  $\triangle$  หน้าจั่ว

$$AB = BC = 1.5$$

จากรูป  $CE = CD + DE = CD + BF$

$$\begin{aligned} CE &= BC \cos 15^\circ + AB \sin 15^\circ = 1.5 \cos 15^\circ + 1.5 \sin 15^\circ \\ &= 1.5(\cos 15^\circ + \sin 15^\circ) = 1.5(\sin 75^\circ + \sin 15^\circ) \\ &= 1.5(2 \sin 45^\circ \cos 30^\circ) = 3 \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{3\sqrt{6}}{4} \end{aligned}$$

ข้อ 4 ตอบ 2



จากรูป  $\hat{SWR} = 30^\circ$  ทำให้  $\triangle RSW$  เป็น  $\triangle$  หน้าจั่ว จะได้ว่า  $RS = SW = 12$

พิจารณา  $\triangle STW$ ,  $\frac{TS}{SW} = \cos 60^\circ \rightarrow TS = SW \cos 60^\circ = 12 \left( \frac{1}{2} \right) = 6$

เพราะว่า  $WV = TR = TS + SR = 6 + 12 = 18$

พิจารณา  $\triangle WVQ$ ,  $WV = QV = 18$

$\therefore$  ตึกสองสูงกว่าตึกหนึ่ง =  $QV + VU = 18 + 1.8 = 19.8$  เมตร



ข้อ 5 ตอบ 5

ให้  $x$  แทนจำนวนเค้กที่ผลิต และ  $f(x)$  แทนกำไรจากการขาย  $x$  ก้อน

จะได้  $f(x) = 300x - 45x^2 + 2x^3$ ,  $x \in [0, 12]$

$$f'(x) = 300 - 90x + 6x^2 = 0$$

$$x^2 - 15x + 50 = 0$$

$$(x-5)(x-10) = 0 \quad \therefore x = 5, 10$$

Max      Min

พบว่า  $x$  มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์ที่  $x = 5$  และต่ำสุดสัมพัทธ์ที่  $x = 10$

พิจารณาขอบเขตที่  $x = 0$  และ  $12$

$$f(5) = 300(5) - 45(5^2) + 2(5^3) = 625$$

$$f(0) = 0$$

$$f(12) = 300(12) - 45(12^2) + 2(12^3) = 576$$

$\therefore$  ร้านจะมีกำไรสูงสุดเมื่อขาย 5 ก้อน

ข้อ 6 ตอบ 4

**พิจารณาคำตอบที่ 1 ผิด**

เพราะประเทศที่ประชากรน้อยที่สุดคือนอร์เวย์ ซึ่งนอร์เวย์ไม่ได้มีผู้ติดเชื้อสะสมน้อยที่สุด (ประเทศที่น้อยที่สุดคือฟินแลนด์)

**พิจารณาคำตอบที่ 2 ผิด**

เพราะประเทศที่ประชากรมากที่สุดคือเยอรมนี ซึ่งเยอรมนีไม่ได้มีผู้ติดเชื้อสะสมมากที่สุด (ประเทศที่มากที่สุดคือสเปน)

**พิจารณาคำตอบที่ 3 ผิด**

เพราะประเทศที่มีผู้ติดเชื้อสะสมน้อยที่สุดคือฟินแลนด์ ซึ่งฟินแลนด์ไม่ได้มีอัตราส่วนของผู้ติดเชื้อสะสมต่อจำนวนประชากรล้านคนน้อยที่สุด (ประเทศที่น้อยที่สุดคือโปแลนด์)

**พิจารณาคำตอบที่ 4 ถูก**

เพราะประเทศที่มีผู้ติดเชื้อสะสมมากที่สุดคือสเปน และมีอัตราส่วนของผู้ติดเชื้อสะสมต่อจำนวนประชากรล้านคนมากที่สุดด้วย

**พิจารณาคำตอบที่ 5 ผิด**

เพราะประเทศที่มีอัตราส่วนของผู้ติดเชื้อสะสมต่อจำนวนประชากรล้านคนน้อยที่สุดคือโปแลนด์ ซึ่งโปแลนด์ไม่ได้มีประชากรน้อยที่สุด (ประเทศที่น้อยที่สุดคือนอร์เวย์)

ข้อ 7 ตอบ 3

พิจารณา ก. นักเรียนที่มีความสูงเท่ากับมัธยฐานของความสูงคือ E ซึ่ง E มีน้ำหนักเท่ากับ

มัธยฐานของน้ำหนักคือ 58

เรียงน้ำหนักจากน้อย → มาก : 46 , 48 , 50 , 54 , (58) , 64 , 65 , 69 , 70  
 $\uparrow$   
 Med

∴ ก. ถูก

พิจารณา ข.  $P_{20}$  ของความสูงมีตำแหน่ง  $= \frac{20}{100}(9+1) = 2$

(I) (H)

เรียงความสูงจากน้อย → มาก : 155 , 158 , 160 , 163 , 167 , 171 , 175 , 180 , 182  
 $\uparrow$   
 $P_{20}$

นักเรียนที่มีความสูงน้อยกว่า  $P_{20}$  (H) คือ I โดย I มีน้ำหนัก 48 กิโลกรัม ซึ่งมากกว่าน้ำหนักของ H (46 กิโลกรัม)

∴ ข. ถูก

พิจารณา ค.  $Q_3$  ของน้ำหนักมีตำแหน่ง  $= \frac{3}{4}(9+1) = 7.5$

(D) (B)  
 เรียงน้ำหนักจากน้อย → มาก : 46 , 48 , 50 , 54 , 58 , 64 , 65 , 69 , 70  
 $\uparrow$   
 $Q_3$

นักเรียนที่น้ำหนักมากกว่า  $Q_3$  ของน้ำหนักคือ D และ B ซึ่งทั้ง 2 มีอายุ 15 และ 16 ปี ตามลำดับ ซึ่งมีเพียง B ที่อายุมากกว่า 15 ปี

∴ ค. ผิด

**ข้อ 8 ตอบ 2**

Sample Space คือ เลือกบัตรสีละ 1 ใบ แล้วสลับหลักกันได้

$$n(S) = \binom{5}{1} \binom{7}{1} \times 2! = 70 \text{ วิธี}$$

เหตุการณ์ที่ได้จำนวน 2 หลักเป็นจำนวนคู่

**กรณีที่ 1** หลักหน่วยเป็นบัตรสีแดงเลขคู่

$$\underbrace{7}_{\text{เลขอะไรก็ได้}} \times \underbrace{2}_{2, 4} = 14 \text{ วิธี}$$

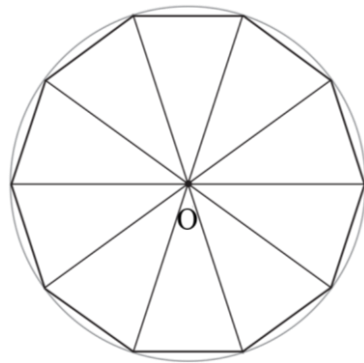
**กรณีที่ 2** หลักหน่วยเป็นบัตรสีน้ำเงินเลขคู่

$$\underbrace{5}_{\text{เลขอะไรก็ได้}} \times \underbrace{3}_{2, 4, 6} = 15 \text{ วิธี}$$

ดังนั้น  $n(E) = 14 + 15 = 29$

$$\therefore P(E) = \frac{29}{70}$$

**ข้อ 9 ตอบ 1**



จำนวนเส้นเชื่อม 2 จุดใดๆ ทั้งหมด =  $\binom{10}{2} = \frac{10 \times 9}{2} = 45$  เส้น

จำนวนเส้นเชื่อมจุดที่เป็นด้าน = 10 เส้น

จำนวนเส้นเชื่อมจุดที่ผ่านจุดศูนย์กลาง = 5 เส้น

$\therefore$  จำนวนส่วนของเส้นตรงที่ไม่เป็นด้าน และไม่ผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม

จะมี  $45 - 10 - 5 = 30$  เส้น

**ข้อ 10 ตอบ 4**

เนื่องจาก สมาชิกทั้ง 6 คน สามารถช่วยได้ทุกท่า

คนที่ 1 เลือกได้ 6 วิธี

คนที่ 2 เลือกได้ 5 วิธี

คนที่ 3 เลือกได้ 4 วิธี

คนที่ 4 เลือกได้ 3 วิธี

∴ วิธีจัดสมาชิกเพื่อแข่ง =  $6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$  วิธี

**ข้อ 11 ตอบ 2**

คนที่ 1 ท่ากรรเชียง เลือกได้ 1 วิธี (ต้องเลือกแก้ม)

คนที่ 2 ท่ากบ เลือกได้ 2 วิธี (ข้าวหรือคิม)

คนที่ 3 ท่าผีเสื้อ เลือกได้ 2 วิธี (เงาะหรือเจต)

คนที่ 4 ท่าฟรีสไตล์ เลือกได้ 2 วิธี (ตัดแก้มกับเงาะหรือเจตออก)

∴ วิธีจัดสมาชิกเพื่อแข่ง =  $1 \times 2 \times 2 \times 2 = 8$  วิธี

**ข้อ 12 ตอบ 1**

ชุดตรวจ A มีผู้ป่วย 3 คน เลือก 2 คน ทำได้  $\binom{3}{2}$  วิธี

ชุดตรวจ B มีผู้ป่วย 12 คน เลือก 7 คน ทำได้  $\binom{12}{7}$  วิธี

∴ นักวิจัยจะเลือกผู้ป่วยได้ =  $\binom{3}{2} \times \binom{12}{7}$  วิธี

**ข้อ 13 ตอบ 5**

จากเรื่องการแจกแจงทวินาม ให้ตัวแปรสุ่ม X คือ จำนวนครั้งที่เกิดความผิดพลาดในการทดสอบ

$$p = \frac{1}{100} = 0.01 \text{ และ } 1-p = 0.99$$

$$\begin{aligned} \text{โดย } n = 15, P(X = 1) &= \binom{15}{1} p^1 (1-p)^{14} \\ &= 15(0.01)(0.99)^{14} \\ &= 15(0.99)^{14}(0.01) \end{aligned}$$

**ข้อ 14 ตอบ 0.65**

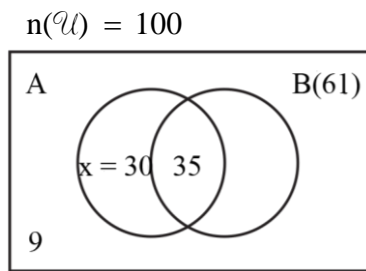
ให้ A คือ เซตของนักเรียนที่ชอบกิจกรรมฐานคณิตศาสตร์

B คือ เซตของนักเรียนที่ชอบกิจกรรมฐานวิทยาศาสตร์

จากโจทย์ ให้  $n(U) = 100$

จะได้ว่า  $n(B) = 61$  ,  $n(A \cap B) = 35$  และ  $n(A \cup B)' = 9$

จะสามารถวาดแผนภาพได้ดังรูป



ให้ x คือ จำนวนสมาชิกของบริเวณดังแผนภาพ

จากแผนภาพ  $n(U) = 9 + x + n(B)$

$$100 = 9 + x + 61$$

$$x = 30$$

ทำให้  $n(A) = 65$

$\therefore$  ความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนนี้ชอบกิจกรรมฐานคณิตศาสตร์ =  $\frac{65}{100} = 0.65$

**ข้อ 15 ดูเฉลยเป็นคลิปได้ทาง QR Code ท้ายฉบับ**

**ข้อ 16 ดูเฉลยเป็นคลิปได้ทาง QR Code ท้ายฉบับ**

**ข้อ 17 ดูเฉลยเป็นคลิปได้ทาง QR Code ท้ายฉบับ**

**ข้อ 18 ดูเฉลยเป็นคลิปได้ทาง QR Code ท้ายฉบับ**

**ข้อ 19 ดูเฉลยเป็นคลิปได้ทาง QR Code ท้ายฉบับ**

**ข้อ 20 ดูเฉลยเป็นคลิปได้ทาง QR Code ท้ายฉบับ**



\*\*\*\*\*