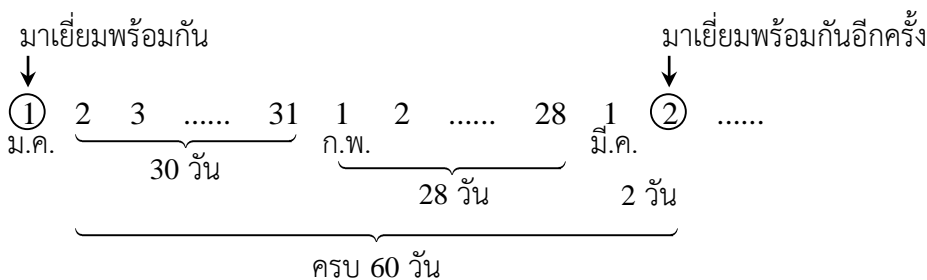


## ติว TRUE O-NET ม.3

### เฉลยโจทย์ข้อที่ฝากให้น้องๆ ไปฝึกฝนด้วยตนเอง

ข้อ 4 ตอบ ตัวเลือก 4

ใหญ่ มาเยี่ยมแม่ทุก 4 วัน } ทั้ง 3 คน จะมาเยี่ยมแม่พร้อมกัน  
 กลาง มาเยี่ยมแม่ทุก 5 วัน } เมื่อผ่านไป = ค.ร.น. ของ 4, 5, 6  
 เล็ก มาเยี่ยมแม่ทุก 6 วัน } = 60 วัน



∴ จะมาเยี่ยมแม่พร้อมกันอีกครั้งวันที่ 2 มีนาคม 2560

ข้อ 6 ตอบ 198

จากโจทย์  $xyz = 1$  ——— (1)

$x + \frac{1}{z} = 10$  ——— (2)

$y + \frac{1}{x} = 17$  ——— (3)

$z + \frac{1}{y} = \frac{m}{n}$  ——— (4)

(2)×(3)×(4) :  $\left(x + \frac{1}{z}\right)\left(y + \frac{1}{x}\right)\left(z + \frac{1}{y}\right) = 10 \times 17 \times \frac{m}{n}$

$\left(xy + 1 + \frac{y}{z} + \frac{1}{xz}\right)\left(z + \frac{1}{y}\right) = 170 \frac{m}{n}$

$xyz + z + y + \frac{1}{x} + x + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \frac{1}{xyz} = 170 \frac{m}{n}$

~~$xyz + \frac{1}{xyz}$~~   $+ \overset{10}{x + \frac{1}{z}} + \overset{17}{y + \frac{1}{x}} + \overset{\frac{m}{n}}{z + \frac{1}{y}} = 170 \frac{m}{n}$

$29 + \frac{m}{n} = 170 \frac{m}{n} \rightarrow 169 \frac{m}{n} = 29$

$\frac{m}{n} = \frac{29}{169} \quad \therefore m+n = 29+169 = 198$

**ข้อ 8 ตอบ 119**

$$(a+b+c)+(b+c+d)+(c+d+a)+(d+a+b) = 2009$$

$$3a+3b+3c+3d = 2009$$

$$3(a+b+c+d) = 2009$$

$$a+b+c+d = \frac{2009}{3} \quad \text{--- (1)}$$

$$\frac{1}{a+b+c} + \frac{1}{b+c+d} + \frac{1}{c+d+a} + \frac{1}{d+a+b} = \frac{9}{49} \quad \text{--- (2)}$$

(1)×(2) :

$$(a+b+c+d) \left( \frac{1}{a+b+c} + \frac{1}{b+c+d} + \frac{1}{c+d+a} + \frac{1}{d+a+b} \right) = \frac{2009}{3} \times \frac{9}{49}$$

$$\frac{a+b+c+d}{a+b+c} + \frac{a+b+c+d}{b+c+d} + \frac{a+b+c+d}{c+d+a} + \frac{a+b+c+d}{d+a+b} = 123$$

$$\left( \frac{a+b+c}{a+b+c} + \frac{d}{a+b+c} \right) + \left( \frac{b+c+d}{b+c+d} + \frac{a}{b+c+d} \right) + \left( \frac{c+d+a}{c+d+a} + \frac{b}{c+d+a} \right) + \left( \frac{d+a+b}{d+a+b} + \frac{c}{d+a+b} \right) = 123$$

$$1 + \frac{d}{a+b+c} + 1 + \frac{a}{b+c+d} + 1 + \frac{b}{c+d+a} + 1 + \frac{c}{d+a+b} = 123$$

$$\therefore \frac{a}{b+c+d} + \frac{b}{c+d+a} + \frac{c}{d+a+b} + \frac{d}{a+b+c} = 119$$

**ข้อ 13 ตอบ 1,649**

นักเรียนชายและหญิง เมื่อจับคู่ 1 : 1 แล้ว นักเรียนหญิงไม่มีคู่ 32 คน

แสดงว่า มีนักเรียนหญิงมากกว่านักเรียนชาย 32 คน แสดงว่า

ชาย	หญิง
x	x+32

เมื่อจับคู่แบบ ชาย 1 หญิง 2 จะเหลือนักเรียนชาย 48 คน

จะได้ว่า  $\frac{x+32}{2} = x-48$

$$x+32 = 2x-96$$

$$x = 128 \quad \therefore \text{มีชาย 128 คน และหญิง 160 คน}$$

ดังนั้น  $\frac{\text{ชาย}}{\text{หญิง}} = \frac{128}{160} \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{128}{160} \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{4}{5}$

$$\therefore a^b + b^a = 4^5 + 5^4 = 1,649$$

**ข้อ 15 ตอบ 7**

ตอนที่ 1 ข้อที่ 1–10 ข้อละ 3 คะแนน } คะแนนเต็ม =  $3(10) + 4(10) + 5(10)$   
 ตอนที่ 2 ข้อที่ 11–20 ข้อละ 4 คะแนน } = 120 คะแนน  
 ตอนที่ 3 ข้อที่ 21–30 ข้อละ 5 คะแนน } 80% ของ 120 คะแนน = 96 คะแนน

ตอนที่ 1 + ตอนที่ 2 + ตอนที่ 3  $\geq 96$  ให้ตอนที่ 3 ถูก  $x$  ข้อ

$$3(10) + 32 + 5x \geq 96$$

$$5x \geq 34$$

$$x \geq 6.8$$

7, 8, 9, 10

$\therefore$  ตอนที่ 3 ต้องทำถูกอย่างน้อย 7 ข้อ

**ข้อ 19 ตอบ 11**

DATA : 3, 4, 4, 5, 8, 8, 9, 10, (a, b) <sup>2 ข้อมูลที่เพิ่มเข้ามา</sup>

ฐานนิยม = 4 ดังนั้น ในข้อมูลต้องมี 4 อย่างน้อย 3 ตัว

ให้  $a = 4$  จะได้

DATA : 3, 4, 4, 4, 5, 8, 8, 9, 10, b

ข้อมูลตอนนี้ มีมัธยฐาน  $= \frac{5+8}{2} = 6.5$  แต่โจทย์ต้องการให้ Med = 6

ดังนั้น เพื่อให้ข้อมูลชุดนี้มีมัธยฐาน = 6 แสดงว่า  $b = 7$

DATA : 3, 4, 4, 4, 5, 7, 8, 8, 9, 10

$\therefore$  ผลบวกของข้อมูลสองจำนวนที่เพิ่มเข้ามา =  $a + b = 4 + 7 = 11$

**ข้อ 20 ตอบ ตัวเลือก 4**

DATA – A : 12, 13, 13, 15, 17, 19, a มีฐานนิยม = 13

DATA – B : 11, 13, 14, 16, 18, 20, b

เนื่องจาก DATA – B และ DATA – A มีฐานนิยมเท่ากัน  $\therefore b = 13$  แน่نون

ดังนั้น DATA – B : 11, 13, 13, 14, 16, 18, 20 มีมัธยฐาน = 14

และจาก DATA – A และ DATA – B มีมัธยฐานเท่ากัน  $\therefore a = 14$  แน่ๆ

$\therefore a + b = 14 + 13 = 27$

ข้อ 21 ตอบ ตัวเลือก 3

DATA :  $a, a+1, a+2, a+3, a+4, a+5, a+6$

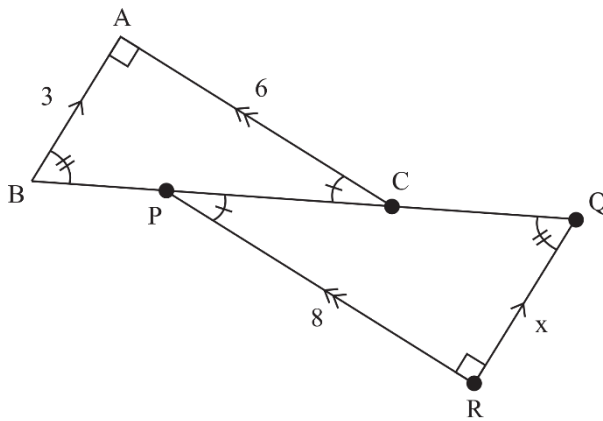
\* ข้อมูลกระโดดคงที่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต = มัธยฐาน  $\therefore \bar{x} = a+3$

$$\text{ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน} = \sqrt{\frac{\sum(x - \bar{x})^2}{N}}$$

$$S.D. = \sqrt{\frac{(-3)^2 + (-2)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2}{7}}$$

$$S.D. = \sqrt{4} = 2 \quad \therefore \text{ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน} = 2$$

ข้อ 24 ตอบ 16



$$\overline{CA} \parallel \overline{RP}$$

$$\text{ดังนั้น } \hat{C} = \hat{P}$$

$$\overline{BA} \parallel \overline{RQ}$$

$$\text{ดังนั้น } \hat{B} = \hat{Q}$$

$$\text{แสดงว่า } \hat{R} = 90^\circ$$

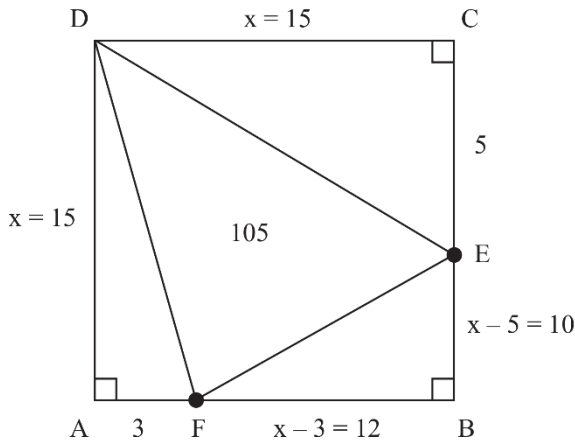
$$\text{ให้ } QR = x$$

$$\triangle ABC \sim \triangle PQR$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{QR}{RP} \rightarrow \frac{3}{6} = \frac{x}{8} \rightarrow x = 4$$

$$\therefore [\triangle PQR] = \frac{1}{2}(4)(8) = 16$$

ข้อ 25 ตอบ 60



ให้สี่เหลี่ยมจัตุรัสแต่ละด้านยาว  $x$  หน่วย

$$[\square ABCD] = [\triangle ADF] + [\triangle BEF] + [\triangle CDE] + [\triangle DEF]$$

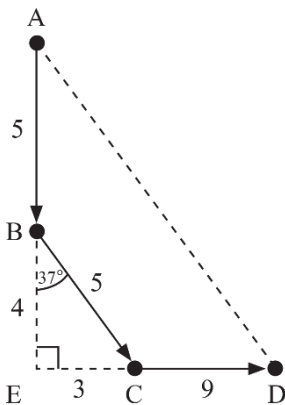
$$x^2 = \frac{1}{2}(3)(x) + \frac{1}{2}(x-3)(x-5) + \frac{1}{2}(5)(x) + 105$$

$$2x^2 = 3x + x^2 - 8x + 15 + 5x + 210$$

$$x^2 = 225 \quad \therefore x = 15$$

$$\therefore [\triangle ADF] + [\triangle DEC] = \frac{1}{2}(15)(3) + \frac{1}{2}(5)(15) = 60 \text{ ตารางหน่วย}$$

ข้อ 29 ตอบ ตัวเลือก 1



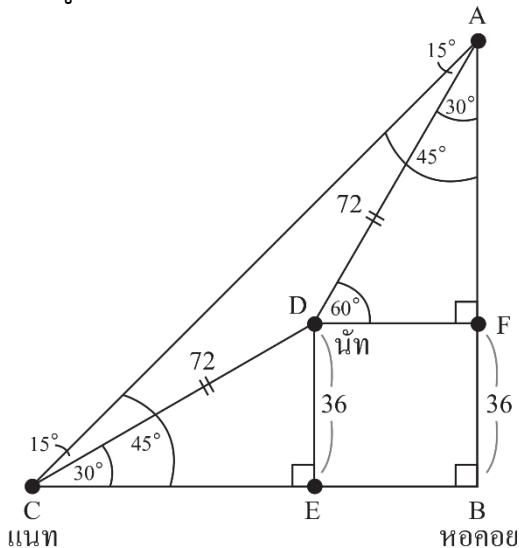
เนื่องจาก  $\triangle BEC$  มีมุม  $37^\circ$  ดังนั้น  $BE = 4$  และ  $EC = 3$

จะได้  $AE = 9$  และ  $ED = 12$

$$\therefore AD = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15$$

ข้อ 30 ตอบ ตัวเลือก 4

วาดรูปตามที่โจทย์กำหนด



จะได้ว่า  $\triangle ADC$  เป็น  $\triangle$  หน้าจั่ว มี  $AD = CD$

$$\triangle CDE : \frac{CD}{DE} = \operatorname{cosec} 30^\circ \rightarrow \frac{CD}{36} = \frac{2}{1}$$

$$CD = 72$$

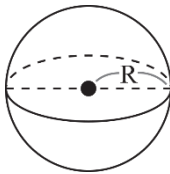
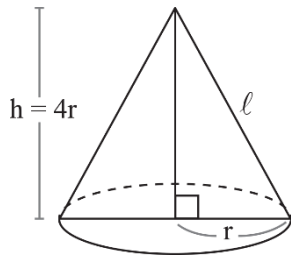
ทำให้  $\triangle ADF$  มี  $AD = 72$

$$\frac{AF}{AD} = \sin 60^\circ \rightarrow \frac{AF}{72} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$AF = 36\sqrt{3}$$

$\therefore$  ยอดหอคอยอยู่สูงจากน้ท  $36\sqrt{3}$  เมตร

**ข้อ 31 ตอบ** ตัวเลือก 3



ปริมาตรกรวยกลม = ปริมาตรทรงกลมตัน

$$\frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$r^2(4r) = 4R^3$$

$$4r^3 = 4R^3 \quad \therefore r = R$$

พื้นที่ผิวทรงกลมตัน - พื้นที่ปากกรวย = 12

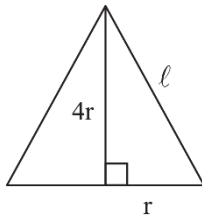
$$4\pi R^2 - \pi r^2 = 12$$

$$\therefore R = r : 4\pi r^2 - \pi r^2 = 12$$

$$3\pi r^2 = 12$$

$$\therefore \pi r^2 = 4 \quad \text{--- (1)}$$

พิจารณากรวยกลม



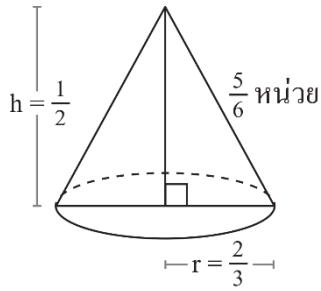
$$l^2 = (4r)^2 + r^2 \rightarrow l^2 = 17r^2$$

$$\text{ดังนั้น } l = \sqrt{17} r$$

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ผิวข้างกรวย} &= \pi r l = \pi r(\sqrt{17} r) \\ &= \sqrt{17}(\pi r^2) \end{aligned}$$

$$\therefore \text{พื้นที่ผิวข้างกรวย} = 4\sqrt{17}$$

ข้อ 32 ตอบ ตัวเลือก 2



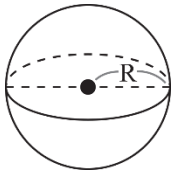
พื้นที่ผิวทั้งหมด = พื้นที่ฐาน + พื้นที่ผิวข้าง

$$\pi = \pi r^2 + \pi \left( \frac{5}{6} \right)$$

$$\div \pi : 1 = r^2 + \frac{5}{6}r$$

$$6r^2 + 5r - 6 = 0$$

$$(3r - 2)(2r + 3) = 0 \quad \therefore r = \frac{2}{3}$$



ความสูงของกรวย (h) =  $\sqrt{\left(\frac{5}{6}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{1}{2}$

กรวยกลม หลอมกลายเป็นทรงกลม 12 ลูก

ดังนั้น ปริมาตรกรวยกลม = ปริมาตรทรงกลม 12 ลูก

$$\frac{1}{3} \pi r^2 (h) = 12 \left( \frac{4}{3} \pi R^3 \right)$$

$$\frac{1}{3} \left( \frac{2}{3} \right)^2 \left( \frac{1}{2} \right) = 12(4)(R^3)$$

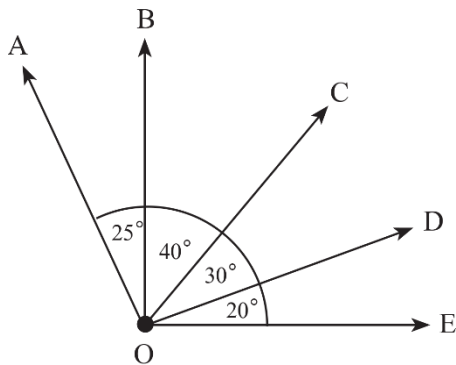
$$R^3 = \frac{1}{216} \quad \therefore R = \frac{1}{6}$$

$\therefore$  พื้นที่ผิวลูกเหล็กทั้ง 12 ลูกรวมกัน =  $12(4\pi R^2)$

$$= 12(4)(\pi) \left( \frac{1}{6} \right)^2$$

$$= \frac{4}{3} \pi$$

ข้อ 33 ตอบ 0.7



สุ่มเลือกรังสี 2 เส้น เพื่อประกอบเป็นมุม

จะได้  $\hat{A}OB = 25^\circ$  ,  $\hat{A}OC = 65^\circ$

$\hat{A}OD = 95^\circ$  ,  $\hat{A}OE = 115^\circ$

$\hat{B}OC = 40^\circ$  ,  $\hat{B}OD = 70^\circ$

$\hat{B}OE = 90^\circ$  ,  $\hat{C}OD = 30^\circ$

$\hat{C}OE = 50^\circ$  ,  $\hat{D}OE = 20^\circ$

จะเกิดมุมได้ทั้งหมด 10 รูปแบบ เป็นมุมแหลม 7 แบบ

$$\begin{aligned} \therefore \text{ความน่าจะเป็นที่จะได้มุมแหลม } P(E) &= \frac{n(\text{ได้มุมแหลม})}{n(\text{เหตุการณ์ทั้งหมด})} \\ &= \frac{7}{10} = 0.7 \end{aligned}$$

\*\*\*\*\*