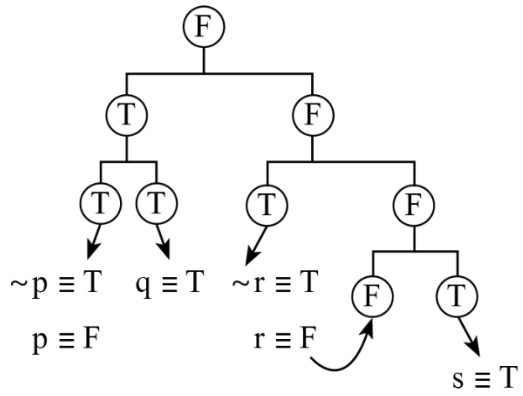
A-LEVEL MATH1 & TGAT2, 3
เฉลยโจทย์ข้อที่ฝากให้น้องๆ ไปฝึกฝนด้วยตนเอง

ตะลุยโจทย์ พิชิต คณิตศาสตร์ประยุกต์ 1

ข้อ 2 หน้า 9 ตอบ 4

$$(\sim p \wedge q) \rightarrow [\sim r \rightarrow (r \leftrightarrow s)] \equiv F$$



1. $\sim p \rightarrow r \equiv F$ (T F)

2. $p \wedge r \equiv F$ (F F)

3. $p \leftrightarrow s \equiv F$ (F T)

4. $q \wedge s \equiv T$ (T T)

5. $q \leftrightarrow r \equiv F$ (T F)

ข้อ 3 หน้า 10 ตอบ 4

$p(x) = x^3 + (k-1)x^2 - k^3$

หาร $p(x)$ ด้วย $x - 3$ เศษ $= 18$

$\therefore \quad p(3) = 18$

$(3)^3 + (k-1)(3)^2 - k^3 = 18$

$27 + (k-1)\cdot 9 - k^3 = 18$

$27 + 9k - 9 - k^3 = 18$

$0 = k^3 - 9k$

$0 = (k)(k^2 - 9)$

$0 = (k)(k-3)(k+3)$

$k = 0, 3, -3$

$k < 0 \quad \therefore \quad k = -3$

$\therefore \quad p(x) = x^3 - 4x^2 + 27$

หาร $P(x)$ ด้วย $2x + 1$ เศษ $= p\left(-\frac{1}{2}\right)$

$= \left(-\frac{1}{2}\right)^3 - 4\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 27$

$= -\frac{1}{8} - 4\cdot\frac{1}{4} + 27$

$= -\frac{1}{8} + 26$

$= \frac{207}{8}$

ข้อ 6 หน้า 12 ตอบ 40

จากโจทย์ $p(t) = 100\left(1-2^{-\frac{t}{20}}\right)$

$$\frac{p(t)}{100} = 1-\frac{1}{2^{\frac{t}{20}}}$$

$$\frac{1}{2^{\frac{t}{20}}} = 1-\frac{p(t)}{100}$$

$$\frac{1}{2^{\frac{t}{20}}} = \frac{100-p(t)}{100}$$

$$2^{\frac{t}{20}} = \frac{100}{100-p(t)}$$

เมื่อ $p(t_1) = 5$

$$2^{\frac{t_1}{20}} = \frac{100}{100-p(t_1)} = \frac{100}{100-50} = 2 \quad \text{——— (1)}$$

$$\frac{t_1}{20} = 1 \quad \therefore \ t_1 = 20$$

เมื่อ $p(t_2) = 87.5$

$$2^{\frac{t_2}{20}} = \frac{100}{100-p(t_2)} = \frac{100}{100-87.5} = 8 \quad \text{——— (2)}$$

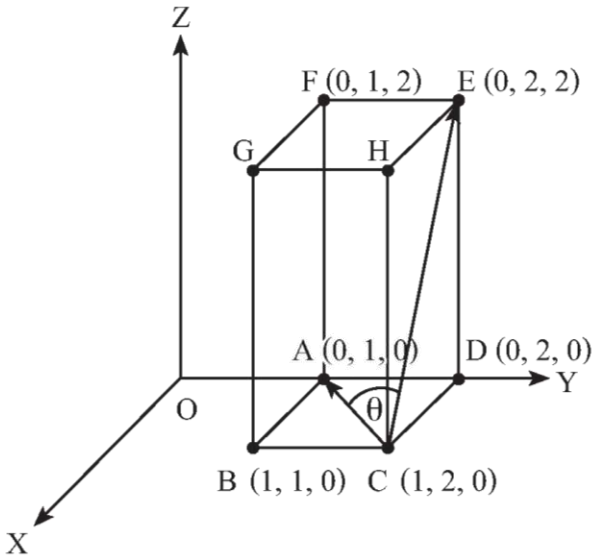
$$\frac{t_2}{20} = 3 \quad \therefore \ t_2 = 60 \text{ ได้ว่า } t_2 - t_1 = 40$$

** อีกวิธีในการหา $t_2 - t_1$

$$\frac{(2)}{(1)}, \quad \frac{2^{\frac{t_2}{20}}}{2^{\frac{t_1}{20}}} = \frac{8}{2} \rightarrow 2^{\frac{t_2-t_1}{20}} = 4$$

$$\frac{t_2-t_1}{20} = 2 \rightarrow t_2 - t_1 = 40$$

ข้อ 7 หน้า 13 ตอบ 3



$$\overline{CA} = \begin{bmatrix} 0-1 \\ 1-2 \\ 0-0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \overline{CE} = \begin{bmatrix} 0-1 \\ 2-2 \\ 2-0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\overline{CA} \cdot \overline{CE} = |\overline{CA}| \cdot |\overline{CE}| \cdot \cos\theta$$

$$\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{5} \cdot \cos\theta \quad **$$

$$(-1)(-1) + (-1)(0) + (0)(2) = \sqrt{10} \cdot \cos\theta$$

$$1 = \sqrt{10} \cdot \cos\theta$$

$$\frac{1}{\cos\theta} = \sqrt{10}$$

$$\sec\theta = \sqrt{10}$$

** $|\overline{CA}| = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2 + 0^2} = \sqrt{2}$

$|\overline{CE}| = \sqrt{(-1)^2 + 0^2 + 2^2} = \sqrt{5}$

ข้อ 10 หน้า 15 ตอบ 3

ให้ S_n เป็นจำนวนก้านไม้ขีดไฟที่ใช้ต่อบันไดไม้ขีดไฟ n ขั้น

จากรูป $S_1 = 4$ → $2(1)+2$

$S_2 = 4+6$ → $2(2)+2$

$S_3 = 4+6+8$ → $2(3)+2$

$\vdots \quad \vdots$

$\therefore S_n = 4+6+8+\ldots+(2n+2)$

$$= \frac{n}{2}\left(4+(2n+2)\right) = \frac{n(2n+6)}{2}$$

$$= n(n+3)$$

เมื่อมี 990 ก้าน สมมติให้ต่อบันไดได้ k ขั้น

$$S_k = 990$$

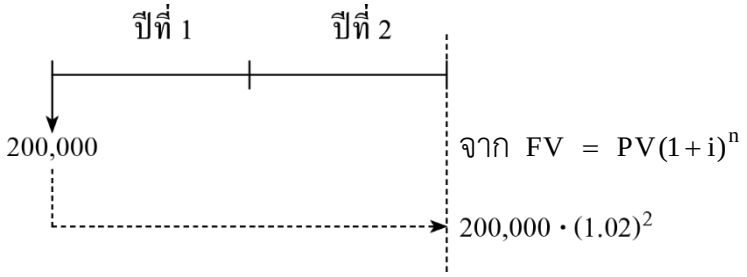
$$k(k+3) = 990$$

$\therefore k(k+3) = 30\times 33 \rightarrow k = 30$

($30 \uparrow k$, $33 \uparrow k+3$)

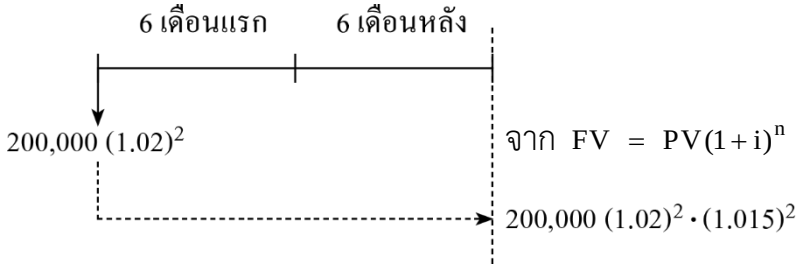
ข้อ 11 หน้า 16 ตอบ 1

รอบที่ 1 $i = 2\% = \frac{2}{100} = 0.02 \rightarrow 1+i = 1.02$ (ต่อปี)



รอบที่ 2 $i = \frac{3\%}{2} = 1.5\% = \frac{1.5}{100} = 0.015$ (ต่อ 6 เดือน)

$1+i = 1.015$



เมื่อครบกำหนดตามสัญญาโต้งต้องจ่าย $= 200,000(1.02)^2(1.015)^2$ บาท

TGAT2–3 (หน้า 21 – 49)

ข้อ	ตอบ	ข้อ	ตอบ	ข้อ	ตอบ
8.	3	26.	1	44.	4
9.	5	27.	5	45.	2
10.	4	28.	3	46.	2
11.	3	29.	4	47.	1, 2, 3
12.	2	30.	3	48.	4
13.	4	31.	2	49.	4
14.	5	32.	1	50.	2, 4
15.	1	33.	2	51.	2, 4
16.	1	34.	1	52.	4
17.	2	35.	1	53.	2
18.	2	36.	5	54.	2, 4
19.	2	37.	4	55.	2, 3, 4
20.	4	38.	1	56.	4
21.	4	39.	4	57.	4
22.	1	40.	1	58.	3, 4
23.	3	41.	3		
24.	3	42.	3		
25.	3	43.	2		

เฉลย ADDITIONAL PROBLEMS

ตรรกศาสตร์

ข้อ 1 ตอบ 3

จาก $\mathcal{U} = \{2, 3, 4\}$

พิจารณา ก) $\exists x\,[x + 1 \le 5 \leftrightarrow 2x > 1]$

$\equiv \exists x\,[x \le 4 \leftrightarrow x > \frac{1}{2}] \equiv T$

เช่น $x = 2,\ 2 \le 4 \leftrightarrow 2 > \frac{1}{2} \equiv T$

(T) (T)

พิจารณา ข) $\forall x\,[x^2 > 1] \rightarrow \exists x\,[x - 3 > 1]$

$\equiv \forall x\,[x^2 > 1] \rightarrow \exists x\,[x > 4] \equiv F$

$x = 2,\ 2^2 > 1$ (T) ไม่มี x ใดใน $\mathcal{U}$

$x = 3,\ 3^2 > 1$ (T) ที่ $x > 4$

$x = 4,\ 4^2 > 1$ (T) $\therefore \exists x\,[x > 4] \equiv F$

$\forall x\,[x^2 > 1] \equiv T$

พิจารณา ค) $\exists x\,[x + 2 = x^2 \rightarrow x^2 < 0] \equiv T$

เช่น $x = 3,\ 3 + 2 = 3^2 \rightarrow 3^2 < 0 \equiv T$

(F) (F)

ดังนั้น ข้อความ ก) และ ค) เท่านั้นที่มีค่าความจริงเป็นจริง

ข้อ 2 **ตอบ** 2

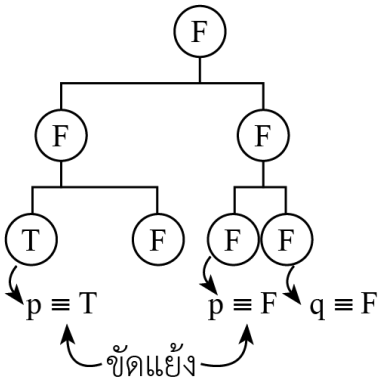
ก) ถูกต้อง

$$(p \vee q) \rightarrow r \equiv \sim (p \vee q) \vee r$$
$$\equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee r$$
$$\equiv (\sim p \vee r) \wedge (\sim q \vee r)$$
$$\equiv (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$$

ข) ถูกต้อง

สมมติให้

$$[p \rightarrow (q \wedge r)] \vee (p \vee q) \equiv F$$



ดังนั้น เป็นสัจนิรันดร์

ค) ผิด

$$\exists x \left[\begin{vmatrix} 2x & 1 \\ x^2 & 2x \end{vmatrix} > 0 \right] \equiv \exists x \left[4x^2 - x^2 > 0 \right]$$
$$\equiv \exists x \left[3x^2 > 0 \right] \equiv T$$

เช่น $x = 1 \rightarrow 3(1)^2 > 0$ จริง

ข้อ 3 **ตอบ** 2

$\mathcal{U} = \left(-\frac{1}{2}, 1\right)$

(ก) $\frac{1}{|x+1|} > 2 \rightarrow \frac{1}{2} > |x+1|, x \neq -1$

$|x+1| < \frac{1}{2}$

$-\frac{1}{2} < x+1 < \frac{1}{2}$

$-\frac{3}{2} < x < -\frac{1}{2}$ โดย $x \neq -1$

$\exists x\left[x / \frac{1}{|x+1|} > 2\right] \equiv \exists x\left[x / -\frac{3}{2} < x < -\frac{1}{2}, x \neq -1\right] \equiv F$

ไม่มี x โดย $x \in \mathcal{U}$ ที่ $-\frac{3}{2} < x < -\frac{1}{2}, x \neq -1$

$\therefore$ (ก) ถูก

(ข) $|x| < \frac{1}{2} \rightarrow -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$

$\forall x\left[x / |x| < \frac{1}{2}\right] \equiv \forall x\left[x / -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}\right] \equiv F$

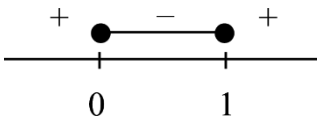
เพราะมี x บางค่า ซึ่ง $x \in \mathcal{U}$ แต่ $x \notin \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

เช่น $x = \frac{1}{2}$ $\therefore$ (ข) ผิด

เมื่อ (ก) ถูก และ (ข) ผิด ข้อนี้ตอบคำตอบ 2

สำหรับ (ค) $x^2 - x \leq 0$

$(x)(x-1) \leq 0$



$\forall x\left[x / x^2 - x \leq 0\right] \equiv \forall x[x / 0 \leq x \leq 1] \equiv F$

เพราะมี x บางค่า ซึ่ง $x \in \mathcal{U}$ แต่ $x \notin [0, 1]$

เช่น x ซึ่ง $x \in \left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ $\therefore$ (ค) ถูก

ข้อ 4 **<u>ตอบ</u>** 1

จากโจทย์ $4^x + 2^x = 72$

$(2^2)^x + 2^x - 72 = 0$

$(2^x)^2 + 2^x - 72 = 0$

$(2^x + 9)(2^x - 8) = 0$

$\therefore \quad 2^x = \cancel{-9}, 8$

$2^x = 8 \rightarrow x = 3$

$\exists x[4^x + 2^x = 72] \equiv \exists x[x = 3]$

ดังนั้น $\mathcal{U}$ ที่จะทำให้ $\exists x[x = 3]$ เป็นจริงต้องมี 3 เป็นสมาชิก เราจะใช้วิธีแทน $x = 3$ ลงในแต่ละคำตอบ คำตอบใดแทน $x = 3$ แล้วสอดคล้องกับเงื่อนไข (จริง) แสดงว่ามี 3 เป็นสมาชิกและเป็นคำตอบ ซึ่งเมื่อเราแทน $x = 3$ ลงใน 5 คำตอบ พบว่ามีเพียงคำตอบที่ 1 เท่านั้นที่สอดคล้อง ($|2 \cdot 3 - 3| \leq 7$ จริง)

จำนวนจริง

ข้อ 1 **ตอบ** 4

ให้ $P(x) = x^3 + 4x^2 - 7x + 4$

$x + a$ หาร $P(x)$ จะได้เศษ $= P(-a)$ $\therefore$ $P(-a) = 14$

$$(-a)^3 + 4(-a)^2 - 7(-a) + 4 = 14$$

$$-a^3 + 4a^2 + 7a - 10 = 0$$

คูณ -1 2 ข้าง , $a^3 - 4a^2 - 7a + 10 = 0$ ——— (1)

พบว่า เมื่อ $a = 1$, $(1)^3 - 4(1)^2 - 7(1) + 10 = 0$

$$1 - 4 - 7 + 10 = 0 \text{ จริง}$$

$\therefore$ $(a-1)$ เป็นตัวประกอบของ $a^3 - 4a^2 - 7a + 10$

นำ $a - 1$ หาร $a^3 - 4a^2 - 7a + 10$

1	1	−4	−7	10
	0	1	−3	−10
	1	−3	−10	0

$\therefore$ จาก (1) จะได้ $(a-1)(a^2 - 3a - 10) = 0$

$$(a-1)(a-5)(a+2) = 0$$

$$a = 1, 5, -2$$

$$A = \{-2, 1, 5\}$$

$\therefore$ $m = 5$ และ $n = -2$ จะได้ $m + n = 5 + (-2) = 3$

ข้อ 2 **ตอบ** 3

จากโจทย์จะพบว่า ตัวประกอบที่เหลือคือ $x+6$

ดังนั้น $x^3+ax^2+bx+30=(x^2-4x+5)(x+6)$

แทนค่า $x=1$ ลงในสมการ จะได้

$$1+a+b+30=(2)(7)$$

$$\therefore \quad a+b=-17$$

ข้อ 3 **ตอบ** 144

จากโจทย์จะพบว่า $\left(x+\frac{b}{6}\right)$ เป็นตัวประกอบที่เหลือ

ดังนั้น $x^4-10x^3+25x^2+b=(x^3+ax^2+x+6)\left(x+\frac{b}{6}\right)$

พิจารณาพจน์ x^2 ของสมการ

ด้านซ้ายมือคือ $25x^2$, ด้านขวามือคือ $\left(\frac{ab}{6}+1\right)x^2$

จากการเทียบสัมประสิทธิ์จะได้ว่า $\frac{ab}{6}+1=25 \rightarrow ab=144$

$\therefore \quad |ab|=|144|=144$

ข้อ 4 **<u>ตอบ</u>** 1

ให้แผนกขายมี x คน

และแผนกบัญชีมี $12-x$ คน

ทั้ง 2 แผนก โบนัสที่ได้รวมเท่ากันคือ 35,000 บาท

แสดงว่า แผนกขายได้คนละ $\frac{35,000}{x}$ บาท

แผนกบัญชีได้คนละ $\frac{35,000}{12-x}$ บาท

จากโจทย์ $\frac{35,000}{x}-\frac{35,000}{12-x}=2,000$

$\div 1,000$, $\frac{35}{x}-\frac{35}{12-x}=2$

$\frac{35(12-x)-35x}{(x)(12-x)}=2$

$420-70x=2(12x-x^2)$

$\div 2$, $210-35x=12x-x^2$

$x^2-47x+210=0$

$(x-42)(x-5)=0 \quad \therefore \quad x=\cancel{42}, 5$ ($x=42$ ไม่ได้ เพราะรวม 2 แผนก ต้องได้ 12 คน)

แผนกขายมีจำนวนคนน้อยกว่าแผนกบัญชี $=7-5=2$ คน

ข้อ 5 <u>ตอบ</u> 3

ให้ขายไอติมรสกะทิ x แท่ง

และขายไอติมรสส้ม 26 – x แท่ง

จากโจทย์ กำไรจากรสส้ม + กำไรจากรสกะทิ = 120

กำไรจากรสส้ม = 2 (กำไรจากรสกะทิ)

$\therefore$ 2(กำไรจากรสกะทิ) + กำไรจากรสกะทิ = 120

3(กำไรจากรสกะทิ) = 120

กำไรจากรสกะทิ = 40

และได้ กำไรจากรสส้ม = 80

จากโจทย์

กำไรจากรสส้ม – กำไรจากรสกะทิ = 1
ต่อ 1 แท่ง ต่อ 1 แท่ง

$$\frac{80}{26-x} - \frac{40}{x} = 1$$

$$\frac{80x - 40(26-x)}{(26-x)\cdot x} = 1$$

$$80x - 1040 + 40x = 26x - x^2$$

$$x^2 + 94x - 1040 = 0$$

$$(x-10)(x+104) = 0$$

$$x = 10, -104$$

ข้อ 6 **<u>ตอบ</u>** 1

ให้ได้ x ชิ้น สำหรับการซื้อครั้งแรก

ดังนั้น ต้นทุนต่อชิ้น $= \frac{1,800}{x}$ บาท

แจกไป 40 ชิ้น เหลือ $x-40$ ชิ้น

เมื่อขายได้เงิน 2,000 บาท

ดังนั้น ราคาขายต่อชิ้น $= \frac{2,000}{x-40}$ บาท

ราคาขายสูงกว่าต้นทุนชิ้นละ 10 บาท

แสดงว่า $\frac{2,000}{x-40}-\frac{1,800}{x} = 10$

<u>นำ 10 หาร 2 ข้าง</u> , $\frac{200}{x-40}-\frac{180}{x} = 1$

$$\frac{200x-180(x-40)}{(x-40)\cdot x} = 1$$

$$\frac{200x-180x+7,200}{x^2-40x} = 1$$

$$20x+7,200 = x^2-40x$$

$$0 = x^2-60x-7,200$$

$$0 = (x+60)(x-120)$$

$$x = \cancel{-60}, 120$$

แสดงว่าครั้งแรกซื้อในราคาชิ้นละ $\frac{1,800}{120} = 15$ บาท

ครั้งที่ 2 เมื่อลด 20% จะซื้อในราคาชิ้นละ $= 15\times\frac{80}{100}$

$= 12$ บาท

จ่ายเงินรวม $= 12\times 20 = 240$ บาท

ข้อ 7 ตอบ 2

$$\left|\frac{2-x}{x+3}\right| < 3 \rightarrow \frac{|2-x|}{|x+3|} < 3 \ , \ x \neq -3$$

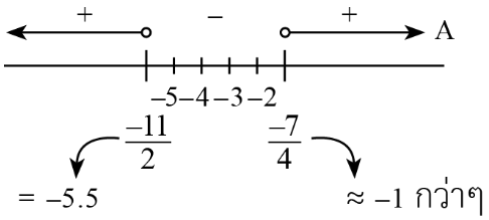
$$|2-x| < 3|x+3|$$

$$|2-x| < |3x+9|$$

$$|3x+9| > |2-x|$$

$$[(3x+9)-(2-x)]\cdot[(3x+9)+(2-x)] > 0$$

$$(4x+7)(2x+11) > 0$$



ดังนั้น จำนวนเต็มที่ไม่ได้อยู่ในเซต A คือ $-5, -4, -3, -2$

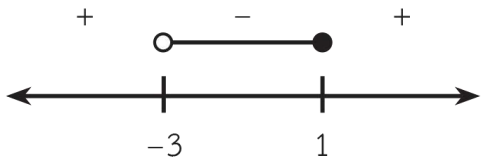
$\therefore \ Z - A = \{-5, -4, -3, -4\}$

ข้อ 8 ตอบ 3

จาก $|\square| = -\square$ อ้าง $\square \leq 0$

$$\therefore \left|\frac{x-1}{x+3}\right| = -\left(\frac{x-1}{x+3}\right)$$

จะได้ $\frac{(x-1)}{(x+3)} \leq 0, \ x \neq -3$



เมื่อ $x \in \mathbb{Z}$ จะได้ $x = -2, -1, 0, 1$

$$\Sigma x = (-2) + (-1) + 0 + 1 = -2$$

ข้อ 9 <u>ตอบ</u> 4

พิจารณา A

$$\left|3-2x-x^2\right| = x^2+2x-3$$

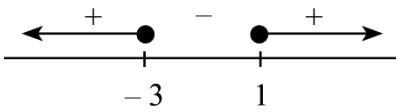
จาก $|-A| = |A|$ $\therefore$ $\left|3-2x-x^2\right| = \left|-(x^2+2x-3)\right| = \left|x^2+2x-3\right|$

$$\left|x^2+2x-3\right| = x^2+2x-3$$

จาก $|\square| = \square$ จะได้ $\square \geq 0$

$\therefore$ $x^2+2x-3 \geq 0$

$(x+3)(x-1) \geq 0$



$A = (-\infty, -3] \cup [1, \infty)$

พิจารณา B

$$\left|x^2+x\right| \leq 12$$

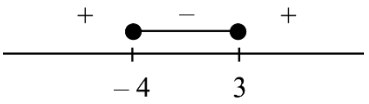
$-12 \leq x^2+x \leq 12$

$-12 \leq x^2+x$ <u>และ</u> $x^2+x \leq 12$

$0 \leq x^2+x+12$ ∩ $x^2+x-12 \leq 0$

$x^2+x+12 \geq 0$ $(x+4)(x-3) \leq 0$

$(x^2+x+\frac{1}{4})+\frac{47}{4} \geq 0$

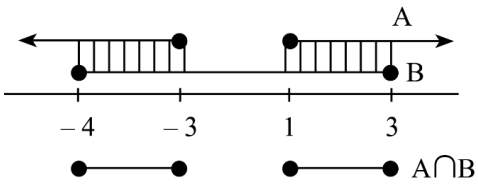


$(x+\frac{1}{2})^2+\frac{47}{4} \geq 0$

$x \in R$

$B = R \cap [-4, 3] = [-4, 3]$

$\therefore$ $A \cap B = [-4, -3] \cup [1, 3]$



ข้อ 10 ตอบ 5

$x|x| < -|5x-14|$

จากการพิจารณาอสมการ

$x|x| < \underbrace{-|5x-14|}$

$-$ หรือ 0

ขวามือ $-, 0$ แสดงว่า อสมการจะเป็นจริง

ซ้ายมือต้อง $-$ นั่นหมายถึง $x|x| < 0$

$\therefore \quad x < 0$

แสดงว่า อสมการข้อนี้จะจริง เมื่อ $x < 0$ เท่านั้น

ดังนั้น $|\overline{x}| = -x$ และ $|\overline{5x-14}| = -(5x-14)$

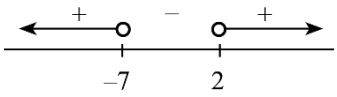
เมื่อ $x < 0$, $x(-x) < -(-(5x-14))$

$$-x^2 < 5x-14$$

$$0 < x^2+5x-14$$

$$x^2+5x-14 > 0$$

$$(x+7)(x-2) > 0$$



ด้วยเงื่อนไข $x < 0$ $\therefore$ เซตคำตอบ $= (-\infty, -7)$

ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล และลอการิทึม

ข้อ 1 ตอบ 5

$$\frac{4^x + 69}{1 + 2^{x+2}} \leq 5$$

$$\frac{2^{2x} + 69}{1 + 2^x \cdot 2^2} \leq 5 \text{ , ให้ } A = 2^x$$

จะได้ $\frac{A^2 + 69}{1 + 4A} \leq 5$

$$A^2 + 69 \leq 5(1 + 4A)$$

$$A^2 - 20A + 64 \leq 0$$

$$(A - 16)(A - 4) \leq 0$$

$$(2^x - 16)(2^x - 4) \leq 0$$

ให้ $2^x - 16 = 0 \longrightarrow 2^x = 16 \longrightarrow x = 4$

$2^x - 4 = 0 \longrightarrow 2^x = 4 \longrightarrow x = 2$

∴ เซตคำตอบคือ [2, 4]

ข้อ 2 <u>ตอบ</u> 3

เพื่อให้ง่ายต่อการคำนวณ ให้เริ่มต้นที่วันที่ 5 พ.ค. ทั้ง A และ B

A : วันที่ 1 มี 1,000 เซลล์ ดังนั้น วันที่ 5 จะมี $1,000 \times 2^4 = 16,000$ เซลล์

B : วันที่ 5 พ.ค. มี 1,000 เซลล์

จากนั้นพิจารณาทีละ 2 วัน

A : เพิ่ม 2 เท่าทุกๆ วัน แสดงว่า ทุกๆ 2 วัน จะมีเพิ่ม 4 เท่า

B : ทุกๆ 2 วัน จะเพิ่ม 5 เท่า

วันที่	5	7	9	11
A	16,000	16,000 (4)	16,000 (4^2)	16,000 (4^3)
B	1,000	1,000 (5)	1,000 (5^2)	1,000 (5^3)

ให้วันที่ B มากกว่า A ครั้งแรกตอนที่ A มี $16,000(4^x)$

B มี $1,000(5^x)$

จะได้อสมการ $1,000(5^x) > 16,000(4^x)$

$$5^x > 16(4^x)$$

$$5^x > 4^{x+2}$$

$$\log 5^x > \log 4^{x+2}$$

$$x\log 5 > (x+2)\log 4$$

$$x(1-\log 2) > (x+2)(2\log 2)$$

$$x(1-0.3) > (x+2)(0.6)$$

$$0.1x > 1.2$$

$$x > 12$$

แสดงว่า B มากกว่า A ครั้งแรก ตอนที่ $x = 13$

นั่นคือ นับจากวันที่ 5 พ.ค. ไปอีก $(13)(2) = 26$ วัน

$\therefore$ ตรงกับวันที่ 31 พ.ค. 63

ข้อ 3 <u>ตอบ</u> 243

$$\frac{(2\log_3 x)-4}{\log_3\left(\frac{x}{9}\right)} = \log_3(x^7) - \left(\frac{1}{\log_x 3}\right)^2 - 8$$

$$\frac{2\log_3 x - 4}{\log_3 x - \log_3 9} = 7\log_3 x - (\log_3 x)^2 - 8$$

ให้ $\log_3 x = A$ จะได้ $\frac{2A-4}{A-2} = 7A - A^2 - 8$

$$2\frac{(A-2)}{A-2} = 7A - A^2 - 8$$

$$2 = 7A - A^2 - 8 \quad \text{เมื่อ } A \neq 2$$

$$A^2 - 7A + 10 = 0$$

$$(A-5)(A-2) = 0$$

$$A = 2, 5 \quad \text{แต่ } A \neq 2$$

ดังนั้น $A = 5$

แทน $A = \log_3 x$, $\log_3 x = 5$

$$\therefore \quad x = 3^5 = 243$$

ข้อ 4 <u>ตอบ</u> 5

$$x\log_2 3 + \log_2 y = y + \log_2 \frac{3x}{2} \quad \text{โดย} \quad x, y > 0$$

$$\log_2(y \cdot 3^x) = \log_2\left(2^y \cdot \frac{3x}{2}\right)$$

$$y \cdot 3^x = 2^y \cdot \frac{3x}{2} \quad \text{——(1)}$$

$$x\log_3 12 + \log_3 x = y + \log_3 \frac{2y}{3}$$

$$\log_3(12^x \cdot x) = \log_3\left(3^y \cdot \frac{2y}{3}\right)$$

$$(12^x \cdot x) = 3^y \cdot \frac{2y}{3} \quad \text{——(2)}$$

(1) × (2) : $\cancel{y} \cdot 3^x \cdot 12^x \cdot \cancel{x} = 2^y \cdot \frac{\cancel{3}\,\cancel{x}}{\cancel{2}} \cdot 3^y \cdot \frac{\cancel{2}\,\cancel{y}}{\cancel{3}}$

$$36^x = 6^y \rightarrow 6^{2x} = 6^y \qquad \text{ดังนั้น } 2x = y$$

แทน $y = 2x$ ใน (1) : $2\cancel{x} \cdot 3^x = 2^{2x} \cdot \frac{3\cancel{x}}{2}$

$$\frac{2 \times 2}{3} = \frac{4^x}{3^x} \rightarrow \frac{4}{3} = \left(\frac{4}{3}\right)^x$$

จะได้ $x = 1$ และ $y = 2$

แสดงว่า $A = \{(1, 2)\}$ ดังนั้น $B = \left\{1^2 + 2^2\right\} = \{5\}$

$\therefore$ ผลบวกสมาชิกภายใน $B = 5$

ข้อ 5 <u>ตอบ</u> 2

พิจารณา A $\log(\log 64) - \log(\log 4) = \log x$

$$\log\left(\frac{\log 64}{\log 4}\right) = \log x$$

$$\log(\log_4 64) = \log x$$

$$\log_4 4^3 = x$$

$\therefore x = 3\log_4 4 = 3 \cdot 1 = 3$

$A = \{3\}$

พิจารณา B $9^x + 3^{x+1} = 3^{x+2} + 27$

$$(3^2)^x + 3^x \cdot 3^1 = 3^x \cdot 3^2 + 27$$

$$(3^x)^2 + 3 \cdot 3^x = 9 \cdot 3^x + 27$$

$$(3^x)^2 - 6 \cdot 3^x - 27 = 0$$

ให้ $3^x = A$, $A^2 - 6A - 27 = 0$

$$(A-9)(A+3) = 0$$

$\therefore A = 9, -3$

ได้ว่า $3^x = 9$ และ $3^x = -3$

$x = 2$ เป็นไปไม่ได้

$\therefore B = \{2\}$

และได้ $A \cup B = \{2, 3\}$

ผลบวกของสมาชิกทุกตัวใน $A \cup B = 2 + 3 = 5$

ข้อ 6 **ตอบ** 3

เมื่อกราฟ f และ กราฟ g ตัดกันที่ (a, b)

$$f(x) = g(x)$$

$$2\log_2 x = 2\log_4(x+1)+1 \quad \text{——— (1)}$$

$$\log_2 x^2 = 2\log_{2^2}(x+1)+\log_2 2$$

$$\log_2 x^2 = \frac{2}{2}\log_2(x+1)+\log_2 2$$

$$\log_2 x^2 = \log_2[(x+1)\cdot 2]$$

$$x^2 = (x+1)\cdot 2$$

$$x^2 = 2x+2$$

$$1\cdot x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4(1)(-2)}}{2(1)}$$

$$= \frac{2\pm\sqrt{12}}{2} = \frac{2\pm 2\sqrt{3}}{2} = 1\pm\sqrt{3}$$

แต่จาก (1) หลัง log ต้องเป็นบวก

ดังนั้น $x > 0$ และ $x+1 > 0$

แสดงว่า $x = 1+\sqrt{3}$ ใช้ได้ แต่ $x = 1-\sqrt{3}$ ใช้ไม่ได้

เพราะ $1-\sqrt{3} < 0$

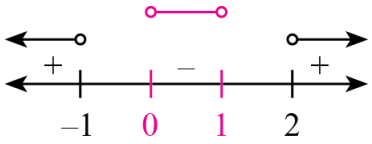
ดังนั้น $a = 1+\sqrt{3}$ เท่านั้น

ข้อ 7 **ตอบ** 2

$A : \log_x(x+2) > 2$ โดย $x > 0$ และ $x \neq 1$

พิจารณา $0 < x < 1 : \log_x(x+2) > 2 \rightarrow x+2 < x^2$

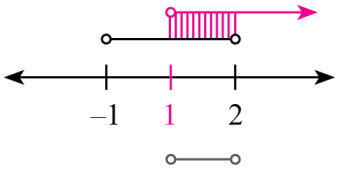
$$x^2 - x - 2 > 0 \rightarrow (x-2)(x+1) > 0$$



พบว่าไม่มีช่วงซ้ำ ดังนั้น ไม่มี x ในช่วง $(0, 1)$ ที่ทำให้อสมการเป็นจริง

พิจารณา $x > 1 : \log_x(x+2) > 2 \rightarrow x+2 > x^2$

$$x^2 - x - 2 < 0 \rightarrow (x-2)(x+1) < 0$$



ดังนั้น $A = (1, 2)$

$B : \log_2 2^{x-1} + \log_2(2^{x+1}+1) < \log_2(7 \cdot 2^x + 12)$

$$\log_2(2^{x-1})(2^{x+1}+1) < \log_2(7 \cdot 2^x + 12)$$

$$2^{2x} + 2^{x-1} < 7 \cdot 2^x + 12$$

$\times 2$: $\quad 2(2^x)^2 + (2^x) < 14 \cdot (2^x) + 24$

ให้ $m = 2^x$

$$2m^2 + m < 14m + 24 \rightarrow 2m^2 - 13m - 24 < 0$$

$$(2m+3)(m-8) < 0 \rightarrow (2 \cdot 2^x + 3)(2^x - 8) < 0$$

เนื่องจาก $2^x > 0$ เสมอ ดังนั้น $2 \cdot 2^x + 3 > 0$ เสมอ ตัดได้

แสดงว่า $2^x - 8 < 0 \rightarrow 2^x < 2^3 \rightarrow x < 3$ ดังนั้น $B = (-\infty, 3)$

จะได้ว่า $A \cap B = (1, 2) \subset (1, 2]$ (ตัวเลือกที่ 2)

ข้อ 8 **ตอบ** 1

จาก $2+\sqrt{3} = (2+\sqrt{3})\dfrac{(2-\sqrt{3})}{2-\sqrt{3}} = \dfrac{4-3}{2-\sqrt{3}} = (2-\sqrt{3})^{-1}$

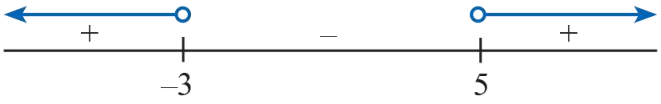
จากโจทย์จะได้ $\log_2(2-\sqrt{3})^{x^2-2x-16} < \log_2(2-\sqrt{3})^{-1}$

$$(2-\sqrt{3})^{x^2-2x-16} < (2-\sqrt{3})^{-1}$$

$x^2-2x-16 > -1$, $2-\sqrt{3} < 1$ เป็น f ลด

$$x^2-2x-15 > 0$$

$$(x-5)(x+3) > 0$$



$A = (-\infty, -3) \cup (5, \infty)$

$\therefore$ A เป็นสับเซตของตัวเลือกข้อ 1

เวกเตอร์

ข้อ 1 ตอบ 4

$\overline{AB} \perp \overline{CD} \quad \therefore \quad \overline{AB} \cdot \overline{CD} = 0 \quad$ ——— (1)

เมื่อ A(0, 3, 2) และ B (1, –1, 0)

$$\therefore \quad \overline{AB} = \begin{bmatrix} 1-0 \\ -1-3 \\ 0-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ -2 \end{bmatrix}$$

เมื่อ C(2, 1, 3) และ D(x, 5, 1)

$$\therefore \quad \overline{CD} = \begin{bmatrix} x-2 \\ 5-1 \\ 1-3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x-2 \\ 4 \\ -2 \end{bmatrix}$$

จาก (1) ได้ว่า $\begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x-2 \\ 4 \\ -2 \end{bmatrix} = 0$

$$(1)(x-2)+(-4)(4)+(-2)(-2) = 0$$

$$x-2-16+4 = 0 \quad \therefore \quad x = 14$$

ได้ D(14, 5, 1)

$$\therefore \quad \overline{AD} = \begin{bmatrix} 14-0 \\ 5-3 \\ 1-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

และ $\left|\overline{AD}\right| = \sqrt{14^2+2^2+(-1)^2} = \sqrt{196+4+1} = \sqrt{201}$

ข้อ 2 **<u>ตอบ</u>** 6

จาก $\cos\theta = \dfrac{\bar{a}\cdot\bar{b}}{|\bar{a}|\cdot|\bar{b}|}$

ให้ θ_1 = มุมระหว่าง $\bar{s}$, $\bar{u}$ และ θ_2 = มุมระหว่าง $\bar{s}$, $\bar{v}$

จาก $\theta_1 = \theta_2$ $\therefore$ $\cos\theta_1 = \cos\theta_2$

$$\frac{\bar{s}\cdot\bar{u}}{|\bar{s}|\cdot|\bar{u}|} = \frac{\bar{s}\cdot\bar{v}}{|\bar{s}|\cdot|\bar{v}|}$$

$$\frac{2a+b-4}{3} = \frac{0-3b+8}{5}$$

$$10a+5b-20 = -9b+24 \rightarrow 10a+14b = 44$$

$$5a+7b = 22 \quad \text{———(1)}$$

จาก $\bar{s} \perp \bar{w}$ $\therefore$ $\bar{s}\cdot\bar{w} = 0$

$$a+4b+6 = 0$$

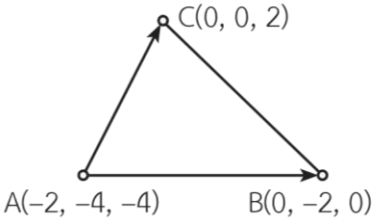
$$a+4b = -6 \quad \text{———(2)}$$

$(2)\times 5$, $5a+20b = -30$ ———(3)

$(3)-(1)$, $13b = -52 \rightarrow b = -4$

$\therefore$ $a = 10$ จะได้ $a+b = 6$

ข้อ 3 **ตอบ** 4



$$\overline{AB} = \begin{bmatrix} 0-(-2) \\ -2-(-4) \\ 0-(-4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\overline{AC} = \begin{bmatrix} 0-(-2) \\ 0-(-4) \\ 2-(-4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

พื้นที่ $\Delta ABC = \frac{1}{2}|\overline{AB} \times \overline{AC}|$

$$= \frac{1}{2}\left|\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}\right|$$

$$= \frac{1}{2}\left|\begin{bmatrix} -4 \\ -4 \\ 4 \end{bmatrix}\right| = \frac{1}{2}\sqrt{(-4)^2 + (-4)^2 + (4)^2}$$

$$= \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

ลำดับ และอนุกรม

ข้อ 1 ตอบ 1

$(x+3)^2 + (x+3)^4 + (x+3)^6 + \ldots + (x+3)^{2n} + \ldots$

เป็นอนุกรมเรขาคณิต มี $r = (x+3)^2$

และจะเป็นอนุกรมลู่เข้า (คอนเวอร์เจนต์) เมื่อ $|r| < 1$

ดังนั้น $|(x+3)^2| < 1 \longrightarrow (x+3)^2 < 1 \longrightarrow (x+3)^2 - 1 < 0$

$(x+3-1)(x+3+1) < 0 \longrightarrow (x+2)(x+4) < 0 \longrightarrow -4 < x < -2$

$\therefore$ อนุกรมนี้เป็นอนุกรมลู่เข้า เมื่อ $x \in (-4, -2)$

ข้อ 2 ตอบ 1

$$1 + \frac{5^x}{1+5^x} + \left(\frac{5^x}{1+5^x}\right)^2 + \left(\frac{5^x}{1+5^x}\right)^3 + \ldots = \frac{26}{25}$$

อนุกรมที่โจทย์กำหนดเป็นอนุกรมเรขาคณิตที่มีอัตราส่วนร่วม $r = \frac{5^x}{1+5^x}$

และเป็นอนุกรมลู่เข้า ซึ่งผลบวกอนันต์หาได้จาก

$$S_\infty = \frac{a_1}{1-r} \longrightarrow \frac{26}{25} = \frac{1}{1-r} \longrightarrow 1 - r = \frac{25}{26} \longrightarrow r = \frac{1}{26} \longrightarrow \frac{5^x}{1+5^x} = \frac{1}{26}$$

$$26(5^x) = 1 + 5^x \longrightarrow 25(5^x) = 1 \longrightarrow 5^x = \frac{1}{25} \longrightarrow 5^x = 5^{-2} \quad \therefore x = -2$$

ข้อ 3 ตอบ 4

จากโจทย์ $a_{n+1} = a_n + a_{n-1} \rightarrow a_n = a_{n+1} - a_{n-1}$

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{a_n}{a_{n-1}a_{n+1}} = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{a_{n+1} - a_{n-1}}{a_{n-1}a_{n+1}} = \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a_{n+1}}{a_{n-1}a_{n+1}} - \frac{a_{n-1}}{a_{n-1}a_{n+1}}\right)$$

$$= \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{1}{a_{n-1}} - \frac{1}{a_{n+1}}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{a_1} - \cancel{\frac{1}{a_3}}\right) + \left(\frac{1}{a_2} - \cancel{\frac{1}{a_4}}\right) + \left(\cancel{\frac{1}{a_3}} - \cancel{\frac{1}{a_5}}\right) + \left(\cancel{\frac{1}{a_4}} - \cancel{\frac{1}{a_6}}\right)$$

$$+ \left(\cancel{\frac{1}{a_5}} - \frac{1}{a_7}\right) + \left(\cancel{\frac{1}{a_6}} - \frac{1}{a_8}\right) + \ldots$$

$$= \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

ข้อ 4 ตอบ 1

พิจารณา ก. (ถูก)

$$a_n = \sum_{k=1}^{n} \left(\frac{1}{2}\right)^k = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \ldots + \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \ldots$$

อนุกรมเรขาอนันต์ $a_1 = \frac{1}{2},\ r = \frac{1}{2}$

$$= \frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}} = 1$$

$\therefore$ เป็นลำดับลู่เข้า (ลู่เข้าหา 1) ก. ถูก

พิจารณา ข. (ผิด)

$a_n = \sin n\pi$

เมื่อ $n = 1, 2, 3, \ldots$ จะได้ว่า $\sin n\pi = 0$

$(\sin\pi = \sin 2\pi = \sin 3\pi = \ldots = \sin n\pi = 0)$

$$\therefore \lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} \sin n\pi = \lim_{n\to\infty} 0 = 0$$

$\therefore$ เป็นลำดับลู่เข้า (ลู่เข้าหา 0) ข. ผิด

พิจารณา ค. (ผิด)

เช่น 4, 4, 4, ... เป็นลำดับลู่เข้า (ลู่เข้าหา 4)

แต่ $4+4+4+\ldots$ เป็นอนุกรมลู่ออก

$\therefore$ ถูกเพียง ก. ข้อเดียว

ข้อ 5 **ตอบ** 1

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 4 \rightarrow \frac{a_1(1-r^5)}{1-r} = 4 \quad \text{——(1)}$$

$$a_6 + a_7 + a_8 + \overset{\text{มี 10 พจน์}}{\cdots\cdots\cdots} + a_{15} = 3 \rightarrow \frac{a_6(1-r^{10})}{1-r} = 3 \quad \text{——(2)}$$

$$\frac{(2)}{(1)}, \quad \frac{a_6(1-r^{10})}{a_1(1-r^5)} = \frac{3}{4} \rightarrow \frac{a_1r^5(1-r^5)(1+r^5)}{a_1(1-r^5)} = \frac{3}{4}$$

$$4r^5(1+r^5) = 3 \rightarrow 4r^{10} + 4r^5 - 3 = 0$$

$$(2r^5 - 1)(2r^5 + 3) = 0 \rightarrow r^5 = \frac{1}{2}, -\frac{3}{2} \rightarrow |r^5| = |r|^5 = \frac{1}{2}, \boxed{\frac{3}{2}}$$

ใช้ไม่ได้ $\because |r| < 1$ $|r|^5 < 1$

นำ $r^5 = \frac{1}{2}$ แทนลงใน (1) จะได้ $\frac{a_1\left(1-\frac{1}{2}\right)}{1-r} = 4$

$$\frac{a_1}{1-r} = 8 \rightarrow S_\infty = 8 \rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = 8$$

ข้อ 6 **ตอบ** 3

จากโจทย์ $a_1 = \frac{1}{1\cdot2\cdot3\cdot4}$, $a_2 = \frac{1+2}{2\cdot3\cdot4\cdot5}$, $a_3 = \frac{1+2+3}{3\cdot4\cdot5\cdot6}$

จะได้ว่า $a_n = \frac{1+2+3+\cdots+n}{n(n+1)(n+2)(n+3)} = \frac{\frac{n}{2}(n+1)}{n(n+1)(n+2)(n+3)}$

$$a_n = \frac{1}{2(n+2)(n+3)}$$

$$S_\infty = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots$$

$$= \frac{1}{2\cdot3\cdot4} + \frac{1}{2\cdot4\cdot5} + \frac{1}{2\cdot5\cdot6} + \cdots$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{3\cdot4} + \frac{1}{4\cdot5} + \frac{1}{5\cdot6} + \cdots\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{4-3}\left(\frac{1}{3}\right)\right] = \frac{1}{6}$$

ข้อ 7 <u>ตอบ</u> 4

$$\lim_{n\to\infty} 2^{\frac{3}{4}} \cdot 2^{\frac{5}{8}} \cdot 2^{\frac{17}{16}} \cdot 2^{\frac{9}{32}} \cdot \ldots \cdot (2^{2n+1})^{\frac{1}{2^{n+1}}}$$

$$= 2^{\frac{3}{4}} \cdot 2^{\frac{5}{8}} \cdot 2^{\frac{7}{16}} \cdot 2^{\frac{9}{32}} \cdot \ldots$$

$$= 2^{\frac{3}{4}+\frac{5}{8}+\frac{7}{16}+\frac{9}{32}+\ldots}$$

$$= 2^{S_\infty} \text{ เมื่อ } S_\infty = \frac{3}{4}+\frac{5}{8}+\frac{7}{16}+\frac{9}{32}+\ldots$$

หา S_∞ จาก

$$S_\infty = \frac{3}{4}+\frac{5}{8}+\frac{7}{16}+\frac{9}{32}+\ldots$$

$$-$$

$$\frac{1}{2}S_\infty = \frac{3}{8}+\frac{5}{16}+\frac{7}{32}+\ldots$$

$$\frac{1}{2}S_\infty = \frac{3}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\ldots$$

$$\frac{1}{2}S_\infty = \frac{3}{4}+\left[\frac{\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{2}}\right] = \frac{3}{4}+\frac{1}{2} = \frac{5}{4}$$

$$S_\infty = \frac{5}{2}$$

$$\therefore \lim_{n\to\infty} 8^{\frac{1}{4}} \cdot 32^{\frac{1}{8}} \cdot 128^{\frac{1}{16}} \cdot 512^{\frac{1}{32}} \cdot \ldots (2^{2n+1})^{\frac{1}{2^{n+1}}} = 2^{S_\infty} = 2^{\frac{5}{2}} = 2^2 \cdot 2^{\frac{1}{2}} = 4\sqrt{2}$$

TGAT2-3

ข้อ	ตอบ	ข้อ	ตอบ	ข้อ	ตอบ
1.	4	16.	1	31.	2
2.	2	17.	5	32.	3
3.	1	18.	2	33.	3
4.	2	19.	5	34.	4
5.	2	20.	2	35.	1, 2
6.	1	21.	2	36.	3
7.	1	22.	5	37.	2
8.	2	23.	4	38.	1, 2
9.	4	24.	5	39.	1, 2, 3
10.	4	25.	4	40.	3
11.	4	26.	2	41.	2
12.	2	27.	1		
13.	3	28.	2		
14.	5	29.	1		
15.	3	30.	1		

****

รับส่วนลด 10%

ใส่ CODE **WEBEM**

เมื่อสมัครคอร์สรวมบท Battle Fields
เริ่ม 26 – 31 ส.ค. 66

TGAT BATTLE FIELD

TGAT 1	TGAT 2	TGAT 3
การสื่อสาร ภาษาอังกฤษ	การคิด อย่างมีเหตุผล	สมรรถนะ การทำงาน

TPAT1 BATTLE FIELD

TPAT 1	TPAT 2	TPAT 3
เชาว์ปัญญา	ความคิด เชื่อมโยง	จริยธรรม ทางการแพทย์

TPAT3 BATTLE FIELD

PART 1	PART 2
การทดสอบความถนัดทางด้าน วิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และวิศวกรรมศาสตร์	การทดสอบความคิดและความสนใจ ทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และวิศวกรรมศาสตร์

MATH 2 BATTLE FIELD

คณิตศาสตร์ประยุกต์ 2

SCI BATTLE FIELD

วิทยาศาสตร์ประยุกต์

คอร์สติวเข้ม + ตะลุยโจทย์ Battle Fields

ชื่อคอร์ส	ราคา	จำนวนชั่วโมง	Highlight
TGA BATTLE FIELD	5,500	65 ชั่วโมง	• อัปเดตข้อสอบปีล่าสุด • มองทะลุโจทย์ฝึกทำข้อสอบเสมือนจริง • จัดลำดับวิธีคิดพร้อมเทคนิควิเคราะห์คำตอบ
TPA 1 BATTLE FIELD	4,200	49.30 ชั่วโมง	• คอร์สเดียวจบทั้ง 3 PARTS ทั้งเชาว์ปัญญา ความคิดเชื่อมโยง และจริยธรรมทางการแพทย์ • สอนโดยแพทย์เฉพาะทางตัวจริง (FELLOW) ประสบการณ์กว่า 15 ปี
TPA 3 BATTLE FIELD	3,200	33 ชั่วโมง	• อัปเดตข้อสอบปีล่าสุด • ติวเข้ม ตรงจุด ครบทุกพาร์ต • พร้อมมุ่งสู่คณะสายวิทย์และวิศวะ
SC BATTLE FIELD	3,400	39 ชั่วโมง	• สอนสนุก เข้าใจง่าย • สรุปกระชับเนื้อหาทุกบทที่ออกสอบ • เก็งตรงแนวข้อสอบ • มีแนวโจทย์ใกล้เคียงข้อสอบจริงให้ฝึกทำ
MATH 2 BATTLE FIELD	3,900	58 ชั่วโมง	• สอนเน้นความเข้าใจ • มีเทคนิคช่วยจำ • มองโจทย์ออก ทำข้อสอบได้

www.webythebrain.com

สอบถามรายละเอียดเพิ่มเติมได้ที่ LINE : @weplus_care