

ความสัมพันธ์ และ ฟังก์ชัน

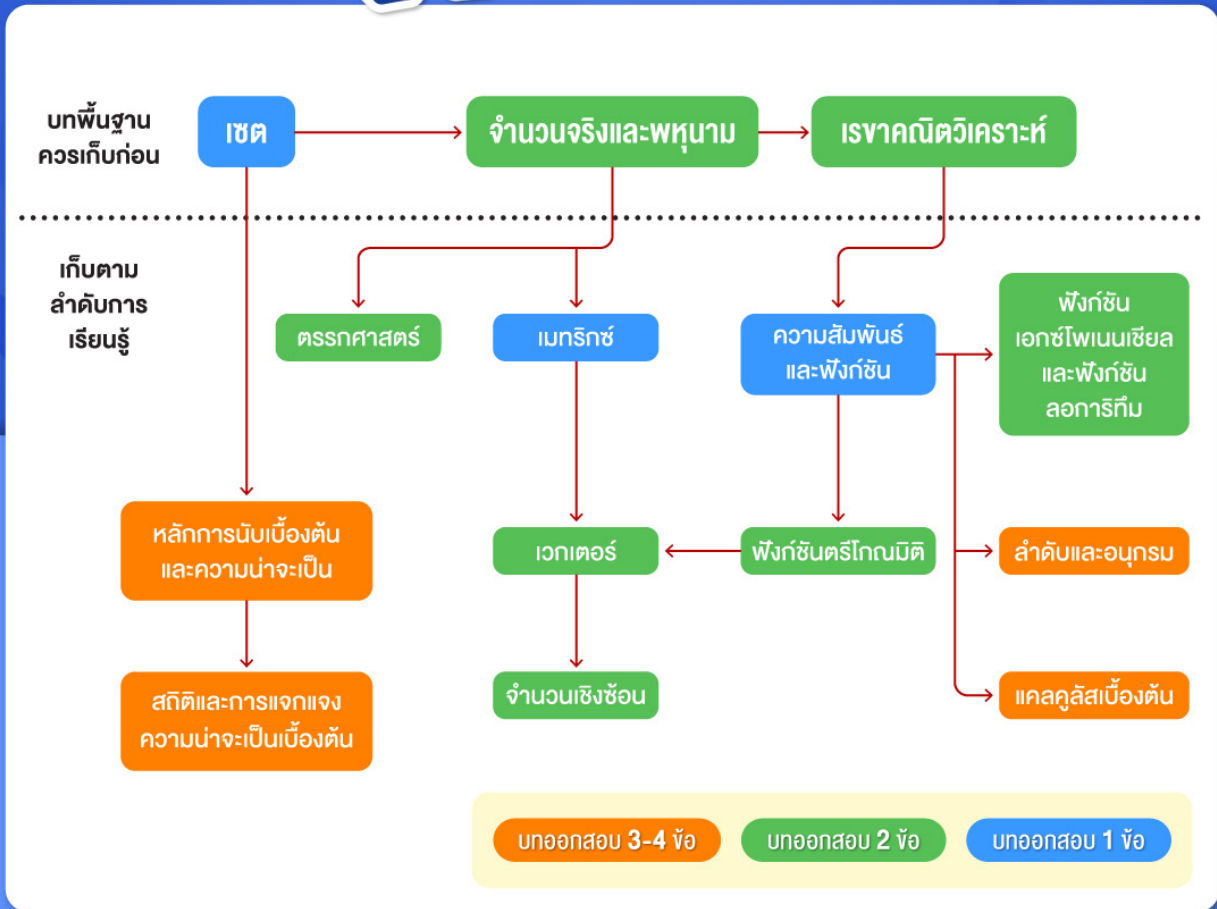
- ข้อเดียว แต่มากเรื่อง
และชอบไปยุ่งกับเรื่องชาวบ้าน
- เทคนิคการทำโจทย์ให้ทัน * ข้อละ 3 นาที *
คณิตศาสตร์ประยุกต์ 1 '67
คณิตศาสตร์ 1 '65

 โครงสร้างข้อสอบ

คณิตศาสตร์ประยุกต์ 1 A-Level ประจำปี 2567

un	จำนวนข้อ
สถิติและการแจกแจงความน่าจะเป็นเบื้องต้น	4
หลักการนับเบื้องต้นและความน่าจะเป็น	3
ลำดับและอนุกรม	3
แคลคูลัสเบื้องต้น	3
ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม	2
เรขาคณิตวิเคราะห์	2
ตรรกศาสตร์	2
จำนวนจริงและพหุนาม	2
ฟังก์ชันตรีโกณมิติ	2
จำนวนเชิงซ้อน	2
เวกเตอร์ในสามมิติ	2
เซต	1
ฟังก์ชัน	1
เมทริกซ์	1
รวม	30

คณิตศาสตร์ประยุกต์ 1 A-Level



จุดออกข้อสอบ บทความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

1. โดเมน และเรนจ์
2. ฟังก์ชัน และฟังก์ชัน $1 - 1$
3. อินเวอร์สของฟังก์ชัน
4. กราฟ
5. ลักษณะของฟังก์ชัน
6. ฟังก์ชันเพิ่ม / ลด
7. $f(x)$ และการประยุกต์ $f(x)$
8. Composite Function
9. พีชคณิตของฟังก์ชัน
10. กราฟของฟังก์ชันกำลัง 2 (กราฟพาราโบลา)

สถิติการออกข้อสอบ บท ทศสามสัมพันธ์และฟังก์ชัน

หัวข้อ	คณิตศาสตร์ 1		คณิตศาสตร์ประยุกต์ 1	
	ปี 64	ปี 65	ปี 66	ปี 67
1. โดเมน และเรนจ์		✓		
2. ฟังก์ชัน และฟังก์ชัน 1 – 1	✓			
3. อินเวอร์สของฟังก์ชัน	✓		✓	
4. กราฟ				✓
5. ลักษณะของฟังก์ชัน	✓		✓	
6. ฟังก์ชันเพิ่ม / ลด			✓	✓
7. $f(x)$ และการประยุกต์ $f(x)$				
8. Composite Function				
9. พืชนิตของฟังก์ชัน				
10. กราฟของฟังก์ชันกำลัง 2				

ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

ผลคูณคาร์ทีเซียน

- $A \times B = \emptyset$ ก็ต่อเมื่อ $A = \emptyset$ หรือ $B = \emptyset$
- โดยปกติแล้ว $A \times B \neq B \times A$
แต่ $A \times B = B \times A$
ก็ต่อเมื่อ $A = B$ หรือ $A = \emptyset$ หรือ $B = \emptyset$
- ถ้า A, B เป็นเซตจำกัด $n(A \times B) = n(A) \times n(B)$
- $A \times B = A \times C$ และ $A \neq \emptyset$ แล้ว $B = C$
- $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$
 $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$
 $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$
- $(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$

โดเมนและเรนจ์

หา D_f	หา R_f
จัดรูป $y =$ เทอมของ x	จัดรูป $x =$ เทอมของ y
พิจารณาเงื่อนไข โดย	พิจารณาเงื่อนไข โดย
(1) $y = \frac{\square}{\Delta}$ อ่าง $\Delta \neq 0$	(1) $x = \frac{\square}{\Delta}$ อ่าง $\Delta \neq 0$
(2) $y = \sqrt{\square}$ อ่าง $\square \geq 0$	(2) $x = \sqrt{\square}$ อ่าง $\square \geq 0$
(3) $y = \log \square$ อ่าง $\square > 0$	(3) $x = \log \square$ อ่าง $\square > 0$
ถ้ามีมากกว่า 1 เงื่อนไข ให้นำมา \cap กัน	

เพิ่มเติม

$$\left. \begin{array}{l} (\)^2 = \square \\ | | = \square \end{array} \right\} \therefore \square \geq 0$$

รูปสมการ

$$ay^2 + by + c = 0$$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

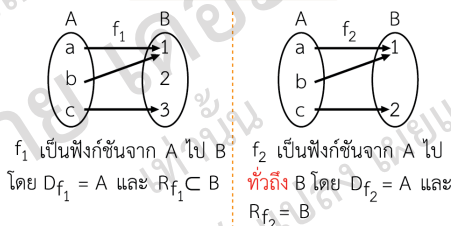
รูปสมการ

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\text{อ่าง } b^2 - 4ac \geq 0$$

ลักษณะของฟังก์ชัน



ฟังก์ชัน และฟังก์ชัน 1-1

r เป็นฟังก์ชัน ก็ต่อเมื่อ
“ ถ้า $(x, y) \in r$ และ $(x, z) \in r$
แล้ว $y = z$ ”

f เป็นฟังก์ชัน 1-1 ก็ต่อเมื่อ
“ ถ้า $(x_1, y) \in f$ และ $(x_2, y) \in f$
แล้ว $x_1 = x_2$ ”

แบบเขตของคู่อันดับ

“ หน้าไม่ซ้ำเป็นฟังก์ชัน
หน้าไม่ซ้ำและหลังไม่ซ้ำเป็นฟังก์ชัน 1-1 ”

แบบเงื่อนไขทั่วไป

เช็คฟังก์ชัน ... แทน x 1 ค่า y ต้องเกิด 1 ค่าเสมอ
เช็คฟังก์ชัน 1-1 ... แทน y 1 ค่า x ต้องเกิด 1 ค่าเสมอ
*** ก่อนเช็คฟังก์ชัน 1-1 ... เช็คฟังก์ชันก่อนทุกครั้ง

การเช็คโดยใช้กราฟ

เช็คฟังก์ชัน ... ลากเส้นแนวตั้งตัด 1 จุดเสมอเป็นฟังก์ชัน
เช็คฟังก์ชัน 1-1 ... ลากเส้นแนวนอนตัด 1 จุดเสมอ
เป็นฟังก์ชัน 1-1
*** ก่อนเช็คฟังก์ชัน 1-1 ... เช็คฟังก์ชันก่อนทุกครั้ง

ฟังก์ชันเพิ่มและฟังก์ชันลด

ฟังก์ชันเพิ่ม \rightarrow x เพิ่ม y เพิ่ม, x ลด y ลด
(y ตาม x)

ฟังก์ชันลด \rightarrow x เพิ่ม y ลด, x ลด y เพิ่ม
(y สวนทางกับ x)

* ถ้าพิจารณาจากกราฟ Slope \uparrow ฟังก์ชันเพิ่ม,
Slope \downarrow ฟังก์ชันลด

อินเวอร์สของฟังก์ชัน

เปลี่ยน y เป็น x และเปลี่ยน x เป็น y

ข้อสังเกต

- $D_{f^{-1}} = R_f$ และ $R_{f^{-1}} = D_f$
- กราฟของ f^{-1} จะสมมาตรกับกราฟ f
โดยมี $y = x$ เป็นแกนสมมาตร

$$\left. \begin{array}{l} f(\square) = \Delta \\ \square = f^{-1}(\Delta) \end{array} \right\} \text{ และ } \left. \begin{array}{l} f^{-1}(\Delta) = \square \\ \Delta = f(\square) \end{array} \right\}$$

Follow me

ฟังก์ชันประกอบ

- $g \circ f(x) = g(f(x))$
- $(f \circ f^{-1})(\square) = \square$ เมื่อ $\square \in D_{f^{-1}}$ ($\square \in R_f$ นั้นเอง)
- $(f^{-1} \circ f)(\Delta) = \Delta$ เมื่อ $\Delta \in D_f$
- $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$
- $(g \circ f) \circ h(x) = g \circ (f \circ h(x)) = g(f(h(x)))$

พีชคณิตของฟังก์ชัน

พีชคณิต

- $(f + g)(x) = f(x) + g(x)$
- $(f - g)(x) = f(x) - g(x)$
- $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$
- $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}, g(x) \neq 0$

โดเมน

$$\left. \begin{array}{l} D_{f+g} \\ D_{f-g} \\ D_{f \cdot g} \\ D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x / g(x) = 0\} \end{array} \right\} = D_f \cap D_g$$

ฟังก์ชันกำลังสอง

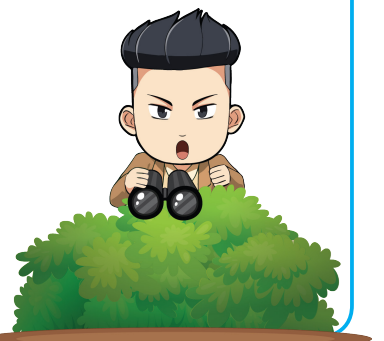
รูปแบบ

$$y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$$

“ กราฟ Parabola ”

$a > 0$ หางย, $a < 0$ คว่ำ

$$\text{จุดยอด (V)} = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$$



ตัวอย่างข้อสอบ

ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

1. ให้ $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

และ f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก A ไปทั่วถึง A

โดยกำหนดค่าของฟังก์ชันเพียงบางค่า ดังตารางต่อไปนี้

x	$f(x)$	$f^{-1}(x)$
-1	1	2
0	2	1
1	0	a

$50 + 5a + f(-2)$ เท่ากับเท่าใด (คณิต1 '64)

2. ร้านเบเกอรี่แห่งหนึ่งขายคุกกี้บรรจุเป็นกล่องขนาดเดียวกัน พบว่า กำไรต่อกล่องเป็นฟังก์ชันพหุนามกำลังสองของจำนวนกล่องที่ขายได้ต่อวัน โดยที่

- ในวันที่ร้านขายคุกกี้ได้ 20 กล่อง ร้านจะได้กำไร 20 บาทต่อกล่อง
- ในวันที่ร้านขายคุกกี้ได้ 10 กล่อง ร้านจะมีรายได้จากการขายคุกกี้เท่ากับต้นทุน
- ในวันที่ร้านขายคุกกี้ไม่ได้เลย ร้านจะขาดทุน 40 บาทต่อกล่อง

ร้านเบเกอรี่จะขายคุกกี้ได้วันละกี่กล่อง จึงจะมีกำไรต่อกล่องมากที่สุด (PAT1 '64)

1. 15 2. 20 3. 25 4. 30 5. 35

3. ถ้า $r_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \sqrt{10 - \sqrt{x+3}}\}$

และ $r_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \frac{9}{\sqrt{x^2 - 3x - 4}}\}$

แล้ว $D_{r_1} \cap D_{r_2}$ เท่ากับเซตในข้อใด (คณิต1 '65)

1. $[-3, -1) \cup (4, 97]$ 2. $[-3, -1) \cup (3, 97]$
 3. $[-3, -1)$ 4. $(3, 97]$
 5. $(4, 97]$

4. ให้ $A = \{-1, 0, 1, 2\}$

B เป็นสับเซตของ A โดยที่ $B \neq \emptyset$ และ $2 \notin B$

และ f เป็นฟังก์ชันจาก A ไปทั่วถึง B โดยที่ $f(-1) = 1$ และ $f(1) = -1$

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก) ถ้า $f(2) > 0$ แล้ว $f(2) = 1$

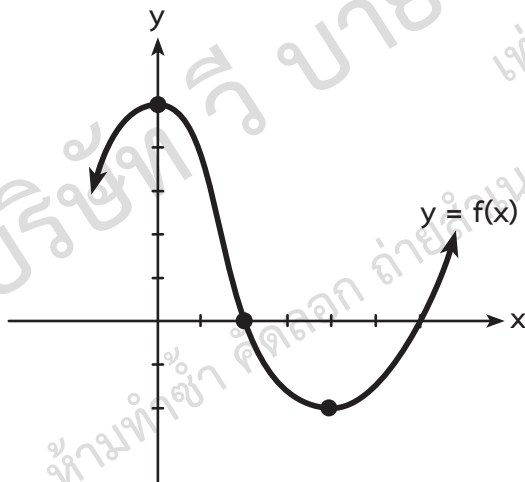
ข) f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม

ค) f มีฟังก์ชันผกผัน

จากข้อความ ก) ข) และ ค) ข้างต้น ข้อใดถูกต้อง (คณิต 1 '66)

1. ข้อความ ก) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น
2. ข้อความ ข) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น
3. ข้อความ ค) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น
4. ข้อความ ก) และ ข) ถูกต้องเท่านั้น
5. ข้อความ ก) และ ค) ถูกต้องเท่านั้น

5. พิจารณากราฟของฟังก์ชัน $y = f(x)$



ถ้า $g(x) = f(x - 1)$ และ $h(x) = f(x) + 2$

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก) $g(x)$ เป็นฟังก์ชันลดในช่วง $[1, 5]$

ข) $g(x)$ ตัดแกน X ที่จุด $(1, 0)$

ค) $h(x)$ ตัดแกน Y ที่จุด $(0, 7)$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง (A-level คณิต 1 '67)

6. ให้ $f(x) = 5 - x^2$ สำหรับทุกจำนวนจริง x และให้ R_1 เป็นเรนจ์ของ f

$$\text{ถ้า } g(x) = \begin{cases} f(x + 1) ; x \in R_f \\ 1 ; x \notin R_f \end{cases}$$

ค่าของ $(f \circ g)(6) - (g \circ f)(3)$ เท่ากับเท่าใด

7. ให้ R แทนเซตจำนวนจริง

$$\text{ให้ } f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y + x = |x|\}$$

$$\text{ให้ } g = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y - x = |x|\}$$

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก) $g \circ (f \circ g) = (f \circ g) \circ g$

ข) $(g \circ f) - f = (f \circ g) + f$

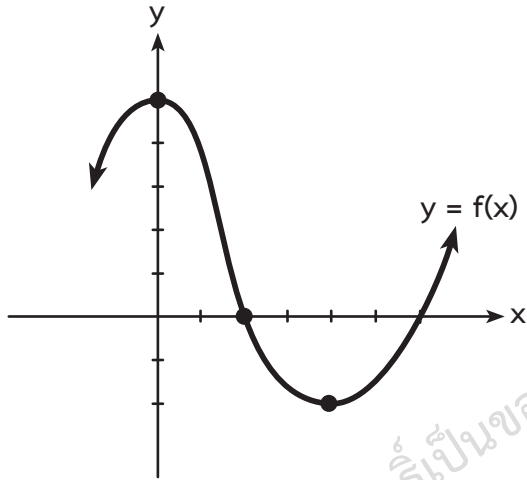
ค) $f \circ (f \circ g) = fg$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. ข้อ ก) และข้อ ข) ถูก แต่ ข้อ ค) ผิด
2. ข้อ ก) และข้อ ค) ถูก แต่ ข้อ ข) ผิด
3. ข้อ ข) และข้อ ค) ถูก แต่ ข้อ ก) ผิด
4. ข้อ ก) ข้อ ข) และข้อ ค) ถูกทั้งสามข้อ
5. ข้อ ก) ข้อ ข) และข้อ ค) ผิดทั้งสามข้อ

A-Level คณิตศาสตร์ประยุกต์ 1 ปี 67

พิจารณากกราฟของฟังก์ชัน $y = f(x)$



ถ้า $g(x) = f(x - 1)$ และ $h(x) = f(x) + 2$

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก) $g(x)$ เป็นฟังก์ชันลดในช่วง $[1, 5]$

ข) $g(x)$ ตัดแกน X ที่จุด $(1, 0)$

ค) $h(x)$ ตัดแกน Y ที่จุด $(0, 7)$

ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ถูกต้อง (A-level คณิต 1 '67)

คณิตศาสตร์ 1 ปี 65

$$\text{ถ้า } r_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \sqrt{10 - \sqrt{x+3}}\}$$

$$\text{และ } r_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \frac{9}{\sqrt{x^2 - 3x - 4}}\}$$

แล้ว $D_{r_1} \cap D_{r_2}$ เท่ากับเซตในข้อใด (คณิต 1 '65)

1. $[-3, -1) \cup (4, 97]$
2. $[-3, -1) \cup (3, 97]$
3. $[-3, -1)$
4. $(3, 97]$
5. $(4, 97]$

ลิขสิทธิ์เป็นของ
บริษัท วิบาย เดอะ เบรน จำกัด
เท่านั้น
ห้ามทำซ้ำ คัดลอก ถ่ายสำเนา ดัดแปลง เผยแพร่ หรือกระทำการอื่นใด

Homework

$$\text{ถ้า } r_1 = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / y = \sqrt{1 - \log\left(\frac{x}{2} - 1\right)} \right\}$$

$$\text{และ } r_2^{-1} = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / y = 5 + \frac{2}{\sqrt{x^2 - 25}} \right\}$$

แล้ว $R_{r_1^{-1}} \cap R_{r_2}$ เป็นสับเซตของข้อใด

1. $(-\infty, 10) \cup (20, \infty)$
2. $(-\infty, 2] \cup (4, 23)$
3. $(5, 22) \cup [23, \infty)$
4. $(2, 5] \cup (10, \infty)$
5. $[-5, 2] \cup (10, 20]$

ลิขสิทธิ์เป็นของ

บริษัท วิ บาย เดอะ เบรน จำกัด

เท่านั้น

ห้ามทำซ้ำ คัดลอก ถ่ายสำเนา ตัดแปลง เผยแพร่ หรือกระทำการอื่นใด

“ถ้าคุณ บินไม่ได้ก็ **วิ่ง**
วิ่งไม่ได้ก็ **เดิน**
เดินไม่ได้ก็ **คลาน...**
ทำอย่างใดก็ได้
ให้เคลื่อนไปข้างหน้า”

Cr. Martin Luther King Jr.

