

# บทสวด + ตัวแปรสุ่มๆ

จำนวนข้อที่ออกสอบ ★★★★★

ปริมาณเนื้อหา ★★★★★

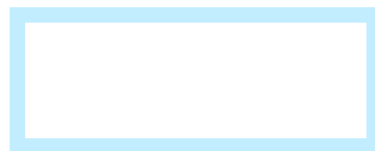
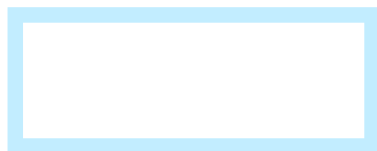
ระดับความยาก ★★☆☆

เทคนิคการทำโจทย์ให้ทัน \* ข้อละ 3 นาที \*

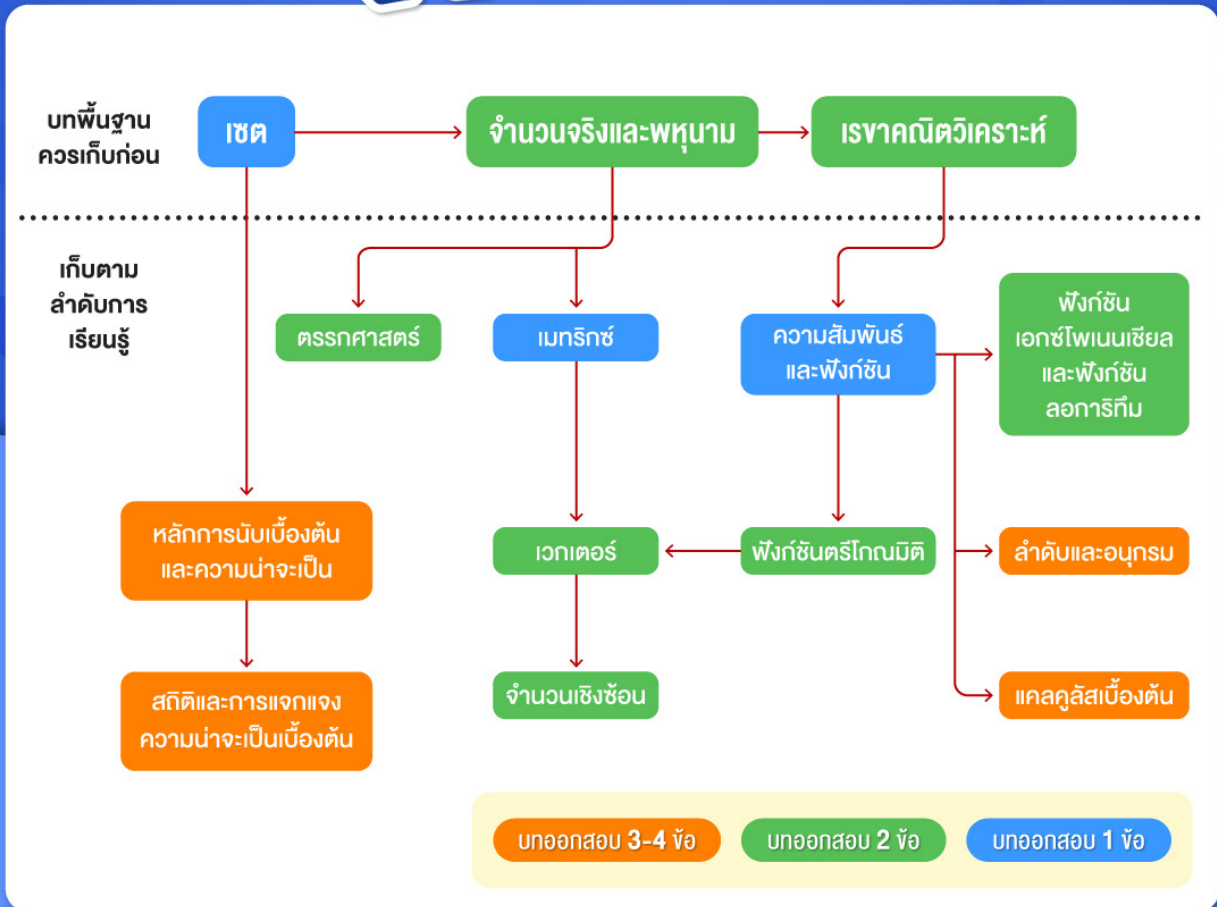
คณิตศาสตร์ประยุกต์ 1 '67

คณิตศาสตร์ 1 '66

คณิตศาสตร์ 1 '65



# คณิตศาสตร์ประยุกต์ 1 A-Level



## จุดออกข้อสอบ บทสถิติ

1. การอ่านค่าข้อมูลจากตารางและแผนภูมิแท่ง
2. โจทย์แนววิเคราะห์ที่เกี่ยวข้องกับ ค่ากลาง 3 ตัว ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\mu$ ) มัธยฐาน (Med) และฐานนิยม (Mode) โดยบางครั้งอาจจะมีพิสัย (การกระจาย) มาผสมอยู่ในโจทย์ด้วย
3. โจทย์คำนวณการหาค่ากลาง ( $\mu$ , Med, Mode) จากตารางแจกแจงความถี่ ซึ่งในข้อสอบปีหลังๆ จะเป็นตารางแจกแจงความถี่แบบไม่แบ่งเป็นอันตรภาคชั้น
4. โจทย์คำนวณค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวม หรือ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก
5. โจทย์ที่เกี่ยวข้องกับสมบัติของค่ากลาง เช่น  $\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2$  มีค่าน้อยที่สุด หรือ  $\sum_{i=1}^N |x_i - \text{Med}|$  มีค่าน้อยที่สุด เป็นต้น
6. โจทย์วิเคราะห์หรือคำนวณ  $Q_r$ ,  $P_r$  หรือ IQR (บางครั้งเกี่ยวข้องกับค่ากลางด้วย โดยเฉพาะ Med)
7. โจทย์เกี่ยวกับแผนภาพกล่อง และค่านอกเกณฑ์
8. โจทย์เกี่ยวกับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน, พิสัยระหว่างควอไทล์ (IQR) หรือความแปรปรวน นิยมออกเกี่ยวกับค่าที่เปลี่ยนแปลงไป (หรือเท่าเดิม) เมื่อมีการบวก, ลบ, คูณ,หาร ข้อมูลด้วยค่าคงที่
9. โจทย์เกี่ยวกับความแปรปรวน (ดูเรื่องความแปรปรวนรวมไว้ด้วย)
10. โจทย์เกี่ยวกับการกระจายสัมพัทธ์ ซึ่งได้แก่ สัมประสิทธิ์การแปรผัน
11. โจทย์เกี่ยวกับพื้นที่ใต้โค้งปกติกับค่า Z (ออกเกือบทุกปี)
12. โจทย์ที่ถามค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่ม X
13. โจทย์ที่ถามความน่าจะเป็นของการแจกแจงแบบทวินาม ซึ่ง 13 หัวข้อนี้เป็นเพียงบางส่วนของแนวข้อสอบที่นิยมออก น้องต้องอ่านทบทวนให้ครบทุกหัวข้อนะครับ

## สถิติการออกข้อสอบ บท สถิติ

เนื้อหา	ปี 64		ปี 65		ปี 66	ปี 67
	คณิต 1	PAT 1	คณิต 1	PAT 1	คณิต 1	คณิต 1
1. การอ่านค่าข้อมูลจากตาราง และแผนภูมิแท่ง		✓	✓	✓		
2. ความเข้าใจเรื่องการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต, มัธยฐาน และฐานนิยม ของข้อมูลที่ไม่แจกแจงความถี่	✓				✓	✓
3. Med, $P_r$ , $Q_r$ และ IQR		✓	✓		✓	✓
4. แผนภาพกล่อง				✓	✓	
5. การคำนวณความแปรปรวน	✓	✓				✓
6. การเปลี่ยนแปลงของค่ากลาง ( $\mu$ , Med, Mode), การกระจาย (พิสัย, IQR, $\sigma$ ) และความแปรปรวน ( $\sigma^2$ ) จากการ บวก, ลบ, คูณ,หาร ข้อมูล				✓		
7. การคำนวณค่าคาดหวัง $E(X) = \sum_{i=1}^n x_i f(x_i)$	✓					
8. การคำนวณความน่าจะเป็นของการแจกแจงแบบทวินาม $P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$			✓		✓	✓
9. พื้นที่ใต้โค้งปกติ กับค่า Z	✓	✓	✓	✓	✓	✓

# สถิติ

## ค่ากลาง

กรณีไม่แจกแจงความถี่

$$1 \quad \bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_N}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N}$$

$$\bar{X}_C = \frac{N_1\bar{X}_1 + N_2\bar{X}_2 + N_3\bar{X}_3 + \dots + N_k\bar{X}_k}{N_1 + N_2 + N_3 + \dots + N_k}$$

$$\bar{X}_W = \frac{W_1X_1 + W_2X_2 + W_3X_3 + \dots + W_NX_N}{W_1 + W_2 + W_3 + \dots + W_N}$$

$$2 \quad \text{Med} = \text{ค่าของข้อมูลในตำแหน่ง } \frac{N+1}{2}$$

$$3 \quad \text{Mode} = \text{ค่าของข้อมูลที่มีความถี่สูงสุด}$$

$$4 \quad \text{G.M.} = \sqrt[N]{X_1 \cdot X_2 \cdot \dots \cdot X_N}$$

$$5 \quad \text{H.M.} = \frac{N}{\frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} + \dots + \frac{1}{X_N}}$$

$$6 \quad \text{Mid-range} = \frac{X_{\text{Max}} + X_{\text{Min}}}{2}$$

## สมบัติควรรู้

$$1 \quad \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X}) = 0$$

$$2 \quad \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2 \text{ มีค่าน้อยที่สุด}$$

$$3 \quad \sum_{i=1}^N |X_i - \text{Med}| \text{ มีค่าน้อยที่สุด}$$

กรณีแจกแจงความถี่

$$1 \quad \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^K f_i X_i}{N}, \quad \bar{X} = a + I \left( \frac{\sum_{i=1}^K f_i d_i}{N} \right)$$

$$2 \quad \text{Med} = L + I \left( \frac{\frac{N}{2} - \sum f_L}{f_{Me}} \right)$$

$$3 \quad \text{Mode} = L + I \left( \frac{d_1}{d_1 + d_2} \right)$$

, Mode = จุดกึ่งกลางชั้นที่มีความถี่สูงสุด

## $Q_r, D_r, P_r$

กรณีไม่แจกแจงความถี่

$$\text{ตำแหน่ง } Q_r = \frac{r}{4} (N + 1)$$

$$\text{ตำแหน่ง } D_r = \frac{r}{10} (N + 1)$$

$$\text{ตำแหน่ง } P_r = \frac{r}{100} (N + 1)$$

กรณีแจกแจงความถี่

$$\text{ตำแหน่ง } Q_r = \frac{r}{4} (N)$$

$$\text{ตำแหน่ง } D_r = \frac{r}{10} (N)$$

$$\text{ตำแหน่ง } P_r = \frac{r}{100} (N)$$

$$Q_r = L + I \left( \frac{\frac{r}{4}(N) - \sum f_L}{f_Q} \right)$$

$$D_r = L + I \left( \frac{\frac{r}{10}(N) - \sum f_L}{f_D} \right)$$

$$P_r = L + I \left( \frac{\frac{r}{100}(N) - \sum f_L}{f_P} \right)$$

## การกระจายสัมบูรณ์

$$1 \quad \text{พิสัย} = X_{\text{Max}} - X_{\text{Min}}$$

$$2 \quad \text{พิสัยระหว่างควอไทล์ (IQR)} = Q_3 - Q_1$$

ค่านอกเกณฑ์คือข้อมูลที่

$$< Q_1 - 1.5IQR \quad \text{หรือ} \quad > Q_3 + 1.5IQR$$

## 3 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)

ข้อมูลระดับประชากร ( $\sigma$ )

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \mu)^2}{N}}$$

หรือ

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N X_i^2}{N} - \mu^2}$$

ข้อมูลระดับกลุ่มตัวอย่าง ( $s$ )

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}}$$

หรือ

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n X_i^2 - n\bar{X}^2}{n - 1}}$$

## ความแปรปรวนรวม ( $S.D.^2_C$ )

$$\text{ถ้า } \bar{X}_1 = \bar{X}_2$$

$$S.D.^2_C = \frac{N_1(S.D._1)^2 + N_2(S.D._2)^2}{N_1 + N_2}$$

$$\text{ถ้า } \bar{X}_1 \neq \bar{X}_2$$

$$S.D.^2_C = \frac{N_1(S.D._1)^2 + N_2(S.D._2)^2 + N_1(\bar{X}_1 - \bar{X}_C)^2 + N_2(\bar{X}_2 - \bar{X}_C)^2}{N_1 + N_2}$$

$$\text{เมื่อ } y_1 = cx_1 + d \quad \begin{aligned} 1. \bar{y} &= c\bar{x} + d \\ 2. S.D._y &= |c|S.D._x \\ 3. S.D.^2_y &= c^2S.D.^2_x \end{aligned}$$

## การกระจายสัมพัทธ์

$$\text{สัมประสิทธิ์ของการแปรผัน} = \frac{S.D.}{|\bar{X}|}$$

## ค่ามาตรฐาน (Z)

$$Z = \frac{X - \bar{X}}{S.D.}$$

## ข้อควรรู้

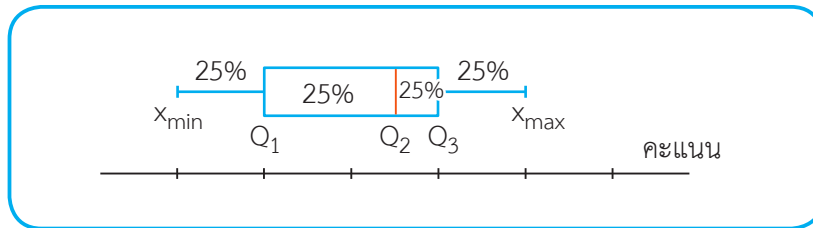
$$1. \bar{Z} = 0 \quad \text{และ} \quad \sum_{i=1}^N Z_i = 0$$

$$2. S.D._Z = 1$$

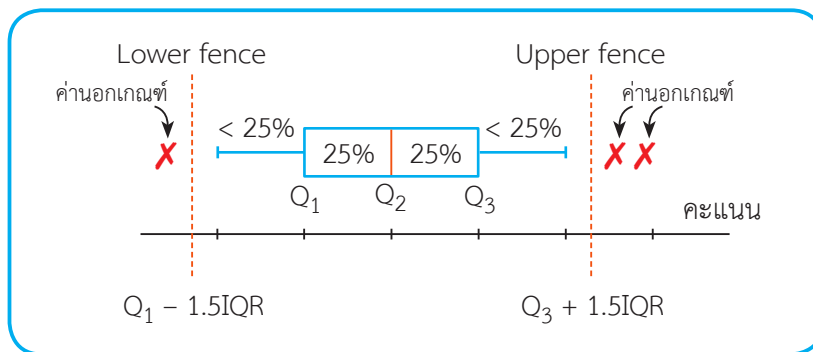
$$3. \sum_{i=1}^N Z_i^2 = N$$



## แผนภาพกล่อง



## ค่า outliers



## ตัวแปรสุ่ม และการแจกแจงความน่าจะเป็น

### ค่าคาดหวัง และความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม

$$E(X) = \mu_x = \sum_{i=1}^n x_i \cdot f(x_i)$$

$$\sigma_x^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2 \cdot f(x_i) \quad \text{หรือ} \quad \sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot f(x_i) - \mu_x^2$$

### การแจกแจงแบบทวินาม

$$f(x) = P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

$$\mu_x = E(X) = np$$

$$\sigma_x^2 = np(1-p)$$

## ตัวอย่างข้อสอบ

สถิติ

## PROBLEMS

1. ร้านอาหารสองแห่งสำรวจข้อมูลระยะเวลา (นาที) ที่ลูกค้าแต่ละคนนั่งรับประทานอาหารในร้านพบว่า เพอร์เซ็นต์ไทล์ของข้อมูลแต่ละร้านเป็นดังนี้

เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่	ระยะเวลา (นาที) ที่ลูกค้าแต่ละคน นั่งรับประทานอาหาร	
	ร้านที่ 1	ร้านที่ 2
10	24.0	20.0
20	39.5	42.8
30	59.0	49.2
40	70.3	60.7
50	72.2	73.9
60	74.0	75.8
70	91.6	78.8
80	93.2	88.6
90	95.1	98.2

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- ก) มัธยฐานของข้อมูลของร้านที่ 1 มากกว่ามัธยฐานของข้อมูลของร้านที่ 2  
 ข) ร้านที่ 2 มีลูกค้าไม่ต่ำกว่าร้อยละ 25 ของจำนวนลูกค้าของร้านที่ 2  
 ที่ใช้เวลารับประทานอาหารเช้าต่ำกว่า 50 นาที  
 ค) พิสัยระหว่างควอร์ไทล์ของข้อมูลของร้านที่ 1 น้อยกว่า 30 นาที  
 จากข้อความ ก) ข) และ ค) ข้อใดถูกต้อง (คณิต1 '65)

- ข้อความ ก) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น
- ข้อความ ข) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น
- ข้อความ ค) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น
- ข้อความ ก) และ ค) ถูกต้องเท่านั้น
- ข้อความ ข) และ ค) ถูกต้องเท่านั้น

2. ผลการสอบคัดเลือกนักเรียนเพื่อเข้าศึกษาต่อชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง ซึ่งมีนักเรียนเข้าสอบทั้งหมด 200 คน แสดงด้วยตารางแจกแจงความถี่ของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งหมด ดังนี้

คะแนนสอบ (คะแนน)	จำนวนนักเรียน (คน)
50	2
55	10
60	48
65	40
70	24
75	20
80	20
85	16
90	10
95	6
100	4
รวม	200

จากข้อมูล พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- ฐานนิยมของข้อมูลชุดนี้ เท่ากับ 60 คะแนน
- ควอร์ไทล์ที่ 2 ของข้อมูลชุดนี้ เท่ากับ 75 คะแนน
- เมื่อนำคะแนนสอบของนักเรียนทั้งหมดมาเขียนแผนภาพกล่อง พบว่า คะแนนต่ำสุดจากการสอบครั้งนี้ เป็นค่านอกเกณฑ์ของข้อมูลชุดนี้ (เมื่อค่านอกเกณฑ์ คือ ข้อมูลที่มีค่าน้อยกว่า  $Q_1 - 1.5(Q_3 - Q_1)$  หรือ ข้อมูลที่มีค่ามากกว่า  $Q_3 + 1.5(Q_3 - Q_1)$  โดยที่  $Q_1$  และ  $Q_3$  แทนควอร์ไทล์ที่ 1 และควอร์ไทล์ที่ 3 ของข้อมูล ตามลำดับ)

จากข้อความ ก) ข) และ ค) ข้างต้น ข้อใดถูกต้อง (คณิต1 '66)

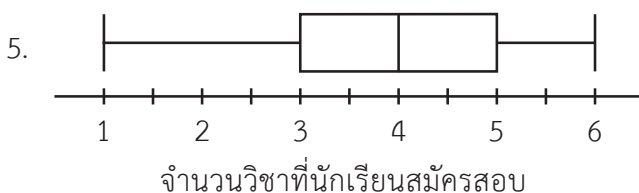
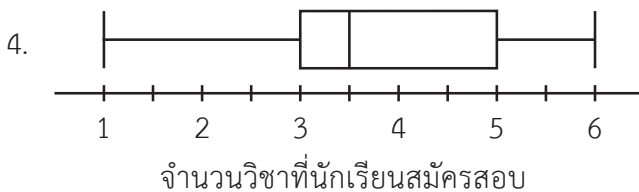
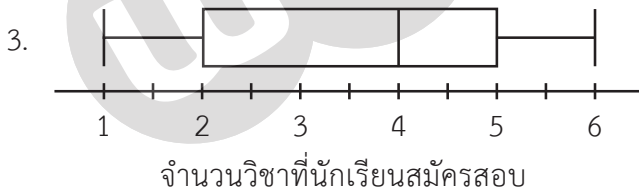
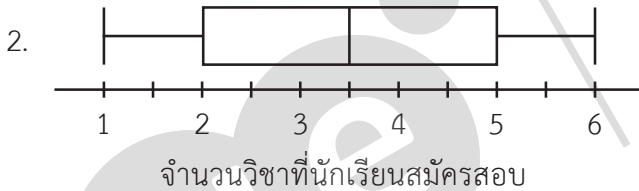
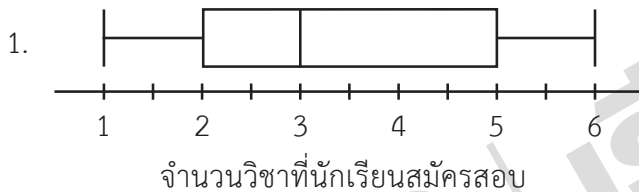
- ข้อความ ก) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น
- ข้อความ ข) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น
- ข้อความ ก) และ ค) ถูกต้องเท่านั้น
- ข้อความ ข) และ ค) ถูกต้องเท่านั้น
- ข้อความ ก) ข) และ ค) ถูกต้อง



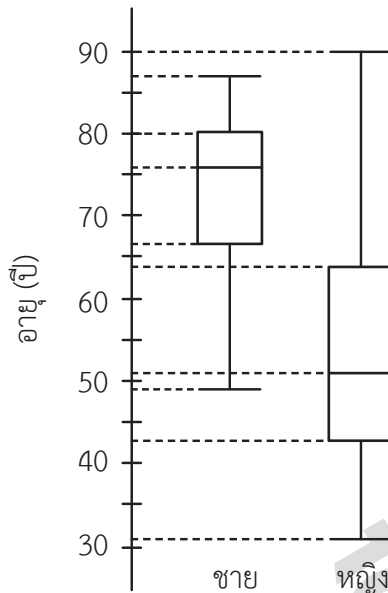
3. จากการสำรวจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 27 คน ที่สมัครสอบ PAT ประจำปีการศึกษา 2564 มีรายละเอียดจำนวนวิชาที่นักเรียนสมัครสอบ ดังนี้

จำนวนวิชาที่นักเรียนสมัครสอบ (วิชา)	จำนวนนักเรียน (คน)
1	2
2	5
3	7
4	5
5	4
6	4

แผนภาพกล่องในข้อใดที่นำเสนอข้อมูลชุดนี้ได้ถูกต้อง (PAT1 '65)



4. ศูนย์ดูแลผู้ป่วยติดเตียงแห่งหนึ่งมีจำนวนผู้ป่วยเข้ามาใช้บริการศูนย์แห่งนี้ทั้งหมด 120 คน โดยจำนวนผู้ป่วยเพศชายคิดเป็นร้อยละ 40 ของจำนวนผู้ป่วยทั้งหมด และอายุ (ปี) ของผู้ป่วยจำแนกตามเพศแสดงด้วยแผนภาพกล่อง ดังนี้



ให้ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของอายุของผู้ป่วยเพศชาย เท่ากับ 70 ปี และ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของอายุของผู้ป่วยเพศหญิง เท่ากับ 55 ปี พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- ก) ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของอายุของผู้ป่วยทั้งหมดเท่ากับ 62.5 ปี
- ข) พิสัยระหว่างควอร์ไทล์ของอายุของผู้ป่วยเพศชาย น้อยกว่า พิสัยระหว่างควอร์ไทล์ของอายุของผู้ป่วยเพศหญิง
- ค) ผู้ป่วยที่มีอายุน้อยกว่า 65 ปี มีจำนวนไม่เกิน 50 คน
- จากข้อความ ก) ข) และ ค) ข้างต้น ข้อใดถูกต้อง (คณิต1 '66)
1. ข้อความ ก) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น
  2. ข้อความ ข) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น
  3. ข้อความ ก) และ ข) ถูกต้องเท่านั้น
  4. ข้อความ ก) และ ค) ถูกต้องเท่านั้น
  5. ข้อความ ข) และ ค) ถูกต้องเท่านั้น
5. นักเรียน 5 คนมีอายุ 5, 6, 10, 3, 6 ปีตามลำดับ ความแปรปรวนของอายุนักเรียนเท่ากับเท่าใด (คณิต1 '67)

6. นักเรียนห้องหนึ่งมีจำนวน 50 คน

ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ มีนักเรียนเข้าสอบทั้งหมด 49 คน ขาดสอบ 1 คน

โดยส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบของนักเรียน 49 คน เท่ากับ 10 คะแนน

ต่อมา นักเรียนที่ขาดสอบได้ขอสอบในภายหลัง เมื่อนำคะแนนของนักเรียนที่ขาดสอบมาคำนวณ

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วย พบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตไม่มีการเปลี่ยนแปลง ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้ง 50 คน เท่ากับกี่คะแนน<sup>2</sup> (คณิต1 '64)

7. กำหนดให้  $x_i$  แทนคะแนนของนักเรียนคนที่  $i$  เมื่อ  $i \in \{1, 2, 3, \dots, 46\}$  ครูกำหนดค่าเฉลี่ยเลขคณิตได้

เท่ากับ 55 คะแนน จากนั้นจึงคำนวณ  $\sum_{i=1}^{46} (x_i - 55)^2$  แล้วจึงนำมาคำนวณความแปรปรวนได้เท่ากับ

30 คะแนน<sup>2</sup> ต่อมาครูพบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเดิมไม่ถูกต้อง เนื่องจากเกิดการหารที่ผิดพลาด

โดยค่าเฉลี่ยเลขคณิตที่ถูกต้องเท่ากับ 60 คะแนน คะแนนสอบของวิชานี้มีความแปรปรวนที่ถูกต้องเท่ากับเท่าใด (PAT1 '64)

8. ในการทอดลูกเต๋าที่เที่ยงตรง 2 ลูก พร้อมกัน จำนวน 9 ครั้ง

ความน่าจะเป็นที่จะได้ผลบวกของแต้มบนหน้าลูกเต๋ามากกว่า 10 จำนวน 2 ครั้ง เท่ากับเท่าใด (คณิต1 '65)

1.  $45\left(\frac{1}{12}\right)^2\left(\frac{11}{12}\right)^7$

2.  $45\left(\frac{2}{11}\right)^2\left(\frac{9}{11}\right)^7$

3.  $36\left(\frac{1}{18}\right)^2\left(\frac{17}{18}\right)^7$

4.  $36\left(\frac{1}{12}\right)^2\left(\frac{11}{12}\right)^7$

5.  $36\left(\frac{2}{11}\right)^2\left(\frac{9}{11}\right)^7$

9. จากข้อมูลเกี่ยวกับอาการแพ้วัคซีนชนิดหนึ่ง พบว่า

ความน่าจะเป็นที่ผู้รับการฉีดวัคซีนแต่ละคนจะมีอาการแพ้เป็น 0.0002

ถ้านักวิจัยสุ่มผู้รับการฉีดวัคซีนชนิดนี้จำนวน 500 คน ที่เป็นอิสระกัน

แล้วความน่าจะเป็นที่ผู้รับการฉีดวัคซีนจะมีอาการแพ้ไม่เกิน 1 คน เท่ากับเท่าใด (คณิต1 '66)

1.  $0.9998^{499}$

2.  $0.1(0.9998^{499})$

3.  $1.0998(0.9998^{499})$

4.  $0.9998^{500}$

5.  $0.1(0.9998^{500})$

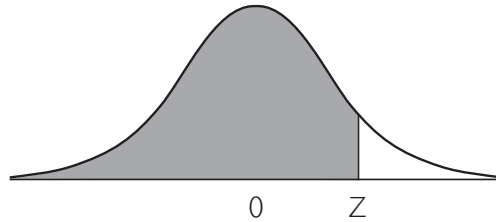
10. โรงงานผลิตสบูู่แห่งหนึ่ง ผลิตสบูู่ก้อนใสรูปแบบกล่อง กล่องละ 1 ก้อน

พบว่า ความน่าจะเป็นที่เกิดความผิดพลาดผลิตกล่องที่ไม่มีสบูู่ก้อนออกมาเท่ากับ 0.02

ถ้าสุ่มตัวอย่างกล่องสบูู่มา 10 กล่อง ความน่าจะเป็นที่กล่องสบูู่จะไม่มีสบูู่น้อยกว่า 2 กล่อง

เท่ากับเท่าใด (คณิต1 '67)

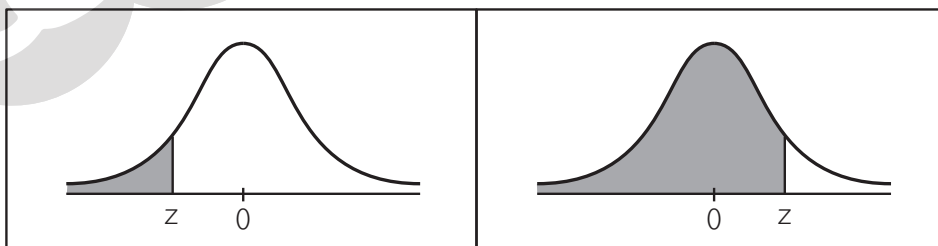
11. ในการสอบชิงทุนการศึกษาของมหาวิทยาลัยแห่งหนึ่ง ผู้ที่สอบผ่านข้อเขียนต้องมีคะแนนสอบตั้งแต่เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 85 ขึ้นไป ถ้าคะแนนของการสอบครั้งนี้มีการแจกแจงปกติ โดยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 80 คะแนน และความแปรปรวนเท่ากับ 9 คะแนน<sup>2</sup> แล้วผู้ที่สอบผ่านข้อเขียนจะต้องได้คะแนนสอบอย่างน้อยกี่คะแนน  
กำหนดตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน ดังนี้ (คณิต 1 '64)



Z	0.85	1.04
พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน	0.80	0.85

1. 82.55      2. 83.12      3. 85.00      4. 87.65      5. 89.36

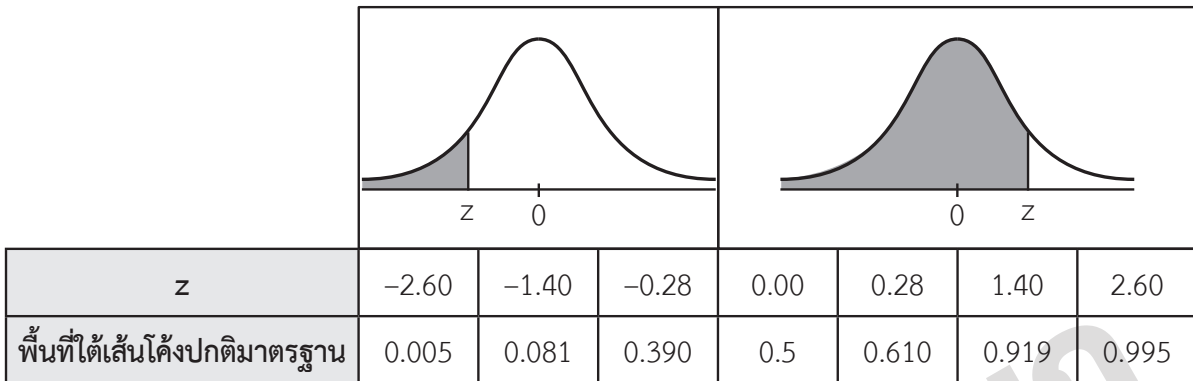
12. น้ำหนักของนักเรียนห้องหนึ่งมีการแจกแจงปกติ โดยมีค่าเฉลี่ยเป็น 5 เท่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนหนึ่งจะมีน้ำหนักน้อยกว่า 45.6 กิโลกรัม เท่ากับ 0.3300 ถ้าสุ่มนักเรียนในห้องนี้มา 1 คน แล้วความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนนี้จะมือน้ำหนักอยู่ระหว่าง 54.5 ถึง 59.5 กิโลกรัม เท่ากับเท่าใด (คณิต 1 '65)  
กำหนดตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน ดังนี้



z	-0.95	-0.45	-0.44	-0.33	0.33	0.44	0.45	0.95
พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน	0.1711	0.3264	0.3300	0.3707	0.6293	0.6700	0.6736	0.8289

1. 0.0407      2. 0.0443      3. 0.1553      4. 0.1589      5. 0.1711

13. จากการสำรวจความสูงของนักเรียน 1,000 คน พบว่าความสูงของนักเรียนมีการแจกแจงปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 160 เซนติเมตร และความแปรปรวนเท่ากับ 25 เซนติเมตร<sup>2</sup> กำหนดตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน ดังนี้



จากข้อมูลดังกล่าว คาดว่าจะมีนักเรียนที่มีความสูงมากกว่า 167 เซนติเมตร อยู่จำนวนกี่คน (PAT1 '64)

14. กำหนดให้ปริมาณน้ำฝน (หน่วย : มิลลิเมตร) มีการแจกแจงปกติ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของปริมาณน้ำฝนเท่ากับ 10.45 มิลลิเมตร และ 2 มิลลิเมตร ตามลำดับ ถ้า  $a$  เป็นจำนวนจริงที่ทำให้ความน่าจะเป็นที่จะสู่ม 1 วัน แล้วได้วันที่มีปริมาณน้ำฝนอยู่ระหว่าง  $a$  มิลลิเมตร และ 11.77 มิลลิเมตร เท่ากับ 0.09 แล้วค่าของ  $a$  เท่ากับเท่าใด (คณิต1 '67)

<b>z</b>	0.4	0.46	0.6	0.66
<b>P(Z ≤ z)</b>	0.6554	0.6772	0.7257	0.7454

สถานการณ์ต่อไปนี้ใช้ในการตอบคำถามข้อ 15 – 16

นักวิชาการจากกรมป่าไม้สำรวจข้อมูลของต้นมะค่าโมงทั้งหมดในป่าแห่งหนึ่ง พบว่า ความสูงของต้นมะค่าโมงมีการแจกแจงปกติ โดยค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความสูงของต้นมะค่าโมงเท่ากับ 15 และ 5 เมตร ตามลำดับ

กำหนดตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน ดังนี้

$z$	-2	-1	-0.8	-0.5	0	0.5	0.8	1	2
พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน	0.02	0.16	0.21	0.31	0.50	0.69	0.79	0.84	0.98

15. ถ้านักวิจัยสุ่มต้นมะค่าโมงในป่าแห่งนี้มา 3 ต้น แล้วความน่าจะเป็นที่จะสุ่มได้ต้นมะค่าโมงอย่างน้อย 1 ต้นที่มีความสูงตั้งแต่ 10 ถึง 15 เมตร เท่ากับเท่าใด (PAT1 '65)
1.  $1 - (0.66)^3$
  2.  $1 - (0.34)^3$
  3.  $(0.66)^3$
  4. 0.66
  5. 0.34
16. จากข้อมูลการสำรวจของนักวิชาการจากกรมป่าไม้ พบว่า ความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลาง (หน่วยเป็นเซนติเมตร) ของต้นมะค่าโมงในป่าแห่งนี้มีการแจกแจงปกติ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางของต้นมะค่าโมงเท่ากับ 5 เซนติเมตร ถ้าสุ่มต้นมะค่าโมงในป่าแห่งนี้มา 1 ต้น แล้วความน่าจะเป็นที่จะได้ต้นมะค่าโมงที่มีผลต่างระหว่างความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลาง และค่าเฉลี่ยของความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางมากกว่า 10 เซนติเมตร เท่ากับเท่าใด (PAT1 '65)
1. 0.98
  2. 0.32
  3. 0.16
  4. 0.04
  5. 0.02
17. คะแนนสอบของนักเรียนจำนวน 500 คน มีการแจกแจงแบบปกติ โดยมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 5 คะแนน หากทราบว่านักเรียน 450 คน ได้คะแนนไม่ถึง 80 คะแนน จงหาเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 39 เมื่อกำหนดให้  $P(Z < -0.28) = 0.39$  และ  $P(Z < 1.28) = 0.9$

18. ข้อมูลการผลิตเหล็กเส้นของโรงงานแห่งหนึ่งเป็นดังนี้

“น้ำหนักของเหล็กเส้นที่ผลิตได้มีการแจกแจงปกติ โดยมีน้ำหนักเฉลี่ยเท่ากับ  $a$  กิโลกรัม และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ  $b$  กิโลกรัม”

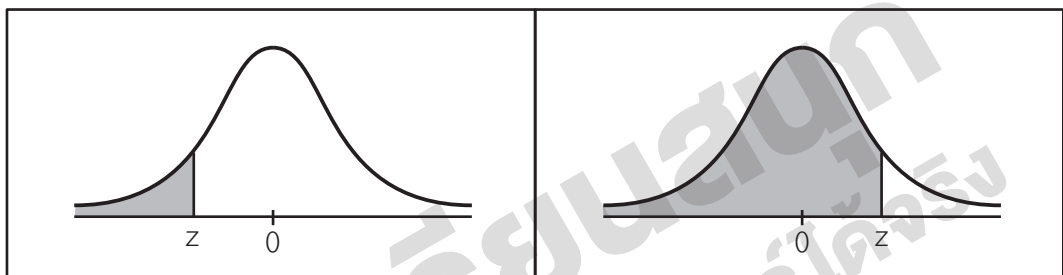
หากสุ่มเหล็กเส้นจากโรงงานแห่งนี้มา 1 เส้น พบว่า

ความน่าจะเป็นที่จะได้เหล็กเส้นมีน้ำหนักน้อยกว่า 8.86 กิโลกรัม คือ 0.31

และความน่าจะเป็นที่จะได้เหล็กเส้นมีน้ำหนักมากกว่า 8.90 กิโลกรัม คือ 0.31

ค่าของ  $a + 2b$  เท่ากับเท่าใด (คณิต 1 '66)

กำหนดตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน ดังนี้



$z$	-2	-1.5	-1	-0.5	0.5	1	1.5	2
พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐาน	0.02	0.07	0.16	0.31	0.69	0.84	0.93	0.98

## คณิตศาสตร์ 1 ปี 66

ผลการสอบคัดเลือกนักเรียนเพื่อเข้าศึกษาต่อชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง ซึ่งมีนักเรียนเข้าสอบทั้งหมด 200 คน แสดงด้วยตารางแจกแจงความถี่ของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งหมด ดังนี้

คะแนนสอบ (คะแนน)	จำนวนนักเรียน (คน)
50	2
55	10
60	48
65	40
70	24
75	20
80	20
85	16
90	10
95	6
100	4
รวม	200

จากข้อมูล พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- ฐานนิยมของข้อมูลชุดนี้ เท่ากับ 60 คะแนน
- ควอร์ไทล์ที่ 2 ของข้อมูลชุดนี้ เท่ากับ 75 คะแนน
- เมื่อนำคะแนนสอบของนักเรียนทั้งหมดมาเขียนแผนภาพกล่อง พบว่าคะแนนต่ำสุดจากการสอบครั้งนี้ เป็นค่านอกเกณฑ์ของข้อมูลชุดนี้ (เมื่อค่านอกเกณฑ์ คือ ข้อมูลที่มีค่าน้อยกว่า  $Q_1 - 1.5(Q_3 - Q_1)$  หรือ ข้อมูลที่มีค่ามากกว่า  $Q_3 + 1.5(Q_3 - Q_1)$  โดยที่  $Q_1$  และ  $Q_3$  แทนควอร์ไทล์ที่ 1 และควอร์ไทล์ที่ 3 ของข้อมูล ตามลำดับ)

จากข้อความ ก) ข) และ ค) ข้างต้น ข้อใดถูกต้อง (คณิต1 '66)

- ข้อความ ก) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น
- ข้อความ ข) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น
- ข้อความ ก) และ ค) ถูกต้องเท่านั้น
- ข้อความ ข) และ ค) ถูกต้องเท่านั้น
- ข้อความ ก) ข) และ ค) ถูกต้อง



## คณิตศาสตร์ 1 ปี 65

ในการทอดลูกเต๋าที่เที่ยงตรง 2 ลูก พร้อมกัน จำนวน 9 ครั้ง

ความน่าจะเป็นที่จะได้ผลบวกของแต้มบนหน้าลูกเต๋ามากกว่า 10 จำนวน 2 ครั้ง เท่ากับเท่าใด (คณิต 1 '65)

1.  $45\left(\frac{1}{12}\right)^2\left(\frac{11}{12}\right)^7$

2.  $45\left(\frac{2}{11}\right)^2\left(\frac{9}{11}\right)^7$

3.  $36\left(\frac{1}{18}\right)^2\left(\frac{17}{18}\right)^7$

4.  $36\left(\frac{1}{12}\right)^2\left(\frac{11}{12}\right)^7$

5.  $36\left(\frac{2}{11}\right)^2\left(\frac{9}{11}\right)^7$



เรียนสนุก  
เห็นผลลัพธ์ได้จริง

## A-Level คณิตศาสตร์ประยุกต์ 1 ปี 67

โรงงานผลิตสบู่อะหนึ่ง ผลิตสบู่ก้อนในรูปแบบกล่อง กล่องละ 1 ก้อน

พบว่า ความน่าจะเป็นที่เกิดความผิดพลาดผลิตกล่องที่ไม่มีสบู่ก้อนออกมาเท่ากับ 0.02

ถ้าสุ่มตัวอย่างกล่องสบู่มา 10 กล่อง ความน่าจะเป็นที่กล่องสบู่จะไม่มีสบู่ไม่น้อยกว่า 2 กล่อง

เท่ากับเท่าใด (คณิต1 '67)



## Homework

ผลการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้น ม.6 ห้องหนึ่ง  
ซึ่งมีจำนวนนักเรียน 50 คน โดยข้อสอบมี 6 ข้อ ข้อละ 10 คะแนน  
แสดงด้วยตารางแจกแจงความถี่ของคะแนนสอบดังนี้

คะแนนสอบ (คะแนน)	จำนวนนักเรียน (คน)	
	ชาย	หญิง
10	1	2
20	2	3
30	x	9
40	y	8
50	3	1
60	1	1

ถ้าค่ามัธยฐานของคะแนนสอบของนักเรียนชายในห้องนี้คือ ค่าเท่ากับ 35 คะแนน  
พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- (ก) ฐานนิยมของคะแนนสอบของนักเรียนห้องนี้คือ 30
- (ข) ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบของนักเรียนหญิงห้องนี้มีค่ามากกว่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 25  
ของคะแนนสอบของนักเรียนชาย
- (ค) พิสัยของคะแนนสอบของนักเรียนหญิงมีค่าเป็น 5 เท่าของพิสัยระหว่างควอร์ไทล์  
ของนักเรียนชาย

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- ข้อ (ก) และ ข้อ (ข) ถูกต้อง แต่ ข้อ (ค) ผิด
- ข้อ (ก) และ ข้อ (ค) ถูกต้อง แต่ ข้อ (ข) ผิด
- ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูกต้อง แต่ ข้อ (ก) ผิด
- ข้อ (ก), ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ถูกต้อง
- ข้อ (ก), ข้อ (ข) และ ข้อ (ค) ผิด