

เฉลยคณิตศาสตร์

ติวสอบเข้า ม.4 โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา 68

ข้อ 4 หน้า 3 ตอบ 2

4. ค่าของ $\frac{101^2}{100^2 + 102^2 - 2} + \frac{102^2}{101^2 + 103^2 - 2} + \dots + \frac{544^2}{543^2 + 545^2 - 2}$ เท่ากับเท่าใด

(ต.อ. 66)

1. 111 ② 222 3. 333 4. 444

$$\begin{aligned} \frac{x^2}{(x-1)^2 + (x+1)^2 - 2} &= \frac{x^2}{[(x-1)^2 - 1] + [(x+1)^2 - 1]} \\ &= \frac{x^2}{((x-1)-1)((x-1)+1) + ((x+1)-1)((x+1)+1)} \\ &= \frac{x^2}{(x-2)(x) + (x)(x+2)} = \frac{x^2}{x(x-2+x+2)} \\ &= \frac{x^2}{2x^2} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$\therefore \underbrace{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2}}_{544 - 101 + 1 \text{ ตัว} = 444 \text{ ตัว}} = \frac{1}{2} \cdot 444 = 222$

ข้อ 8 หน้า 5 ตอบ 2

8. ในห้องเรียนแห่งหนึ่ง มีอัตราส่วนนักเรียนชายต่อนักเรียนหญิง เท่ากับ 4 : 3 เมื่อมีนักเรียนชายลาออก 4 คน และมีนักเรียนหญิงเข้ามาเพิ่ม 3 คน ทำให้อัตราส่วนนักเรียนชายต่อนักเรียนหญิงใหม่ เท่ากับ 8 : 9 แล้ว ข้อใดต่อไปนี้กล่าวถูกต้อง (ต.อ. 67)

1. อัตราส่วนของนักเรียนชายเดิมต่อนักเรียนชายใหม่ คือ 4 : 3 \times $A : A' = 20 : 16 = 5 : 4$
- ② อัตราส่วนของนักเรียนหญิงเดิมต่อนักเรียนหญิงใหม่ คือ 5 : 6 \checkmark $B : B' = 15 : 18 = 5 : 6$
3. เดิมห้องเรียนนี้มีนักเรียนอยู่ทั้งหมด 36 คน \times $A + B = 35$
4. ปัจจุบันมีนักเรียนในห้องเรียนนี้อยู่ 33 คน \times $A' + B' = 34$

ชาย = A , หญิง = B
 $A : B = 4 : 3 = 4k : 3k \rightarrow A = 4k$
 $\rightarrow B = 3k$

ต่อมา ชาย = A' , หญิง = B'

$A' = A - 4 = 4k - 4$, $B' = B + 3 = 3k + 3$

$\frac{4k-4}{3k+3} = \frac{8}{9} \rightarrow \frac{k-1}{k+1} = \frac{2}{3} \rightarrow 3k-3 = 2k+2$
 $k = 5$

$\therefore A = 4(5) = 20$, $B = 3(5) = 15$
 $A' = 20 - 4 = 16$, $B' = 15 + 3 = 18$

ข้อ 9 หน้า 6 ตอบ 2

9. กำหนดให้ 120% ของ $36x$ เท่ากับ 216 และ 150% ของ $45y$ เท่ากับ 675 แล้ว จงหาค่าของ $x - y^2$ (ต.อ. 67)

1. -90
- ② -95
3. -100
4. -105

$\frac{120}{100} \cdot 36x = 216 \rightarrow \frac{6}{5} \cdot 6^2 \cdot x = 6^3 \rightarrow x = 5$

$\frac{150}{100} \cdot 45y = 675 \rightarrow \frac{15}{10} \cdot y = 15 \rightarrow y = 10$

$\therefore x - y^2 = 5 - 10^2$
 $= 5 - 100 = -95$

ข้อ 11 หน้า 7 ตอบ 10 นาที

11. ถังน้ำใบหนึ่งมีท่อ 3 ท่อ ท่อที่หนึ่งจะเป็นท่อที่เปิดน้ำเข้าถัง โดยเมื่อเปิดท่อที่หนึ่งเพียงท่อเดียว น้ำจะเต็มถังในเวลา 20 นาที ท่อที่สองจะเป็นท่อที่เปิดน้ำเข้าถังโดยเมื่อเปิดท่อที่สองเพียงท่อเดียว น้ำจะเต็มถังในเวลา 30 นาที และท่อที่สามจะเป็นท่อที่ปล่อยน้ำออกจากถัง โดยเมื่อเปิดท่อที่สามเพียงท่อเดียว จากน้ำที่เต็มถังจะไหลออกจนหมดในเวลา 60 นาที ถ้าในขณะนี้ไม่มีน้ำอยู่

วิธีอื่น

ท่อ 1 20 นาที ได้ 1 ถัง
1 นาที ได้ $\frac{1}{20}$ ถัง

ท่อ 2 30 นาที ได้ 1 ถัง
1 นาที ได้ $\frac{1}{30}$ ถัง

ท่อ 3 60 นาที ออก 1 ถัง
1 นาที ออก $\frac{1}{60}$ ถัง

$\frac{1}{20} + \frac{1}{30} - \frac{1}{60} = \frac{3+2-1}{60} = \frac{4}{60} = \frac{1}{15}$ ถัง

1 ถัง เปิด 3 ท่อ. ได้ น้ำ = $\frac{1}{15}$ ถัง

15 นาที

1 ถัง

ข้อ 12 หน้า 7 ตอบ 3

12. นาย ก. และ นาย ข. ทำงานอย่างหนึ่งด้วยกันจะเสร็จในเวลา 6 วัน แต่ถ้า นาย ข. ทำงานคนเดียวกันนั้นจะเสร็จในเวลา 9 วัน ถ้าทั้งสองคนทำงานด้วยกันเป็นเวลา 2 วัน แล้วให้คนเดียวเท่านั้นทำงานที่เหลือจนเสร็จ
- ให้ a แทนจำนวนวันที่ นาย ก. ทำงานที่เหลือคนเดียวจนเสร็จ
- ให้ b แทนจำนวนวันที่ นาย ข. ทำงานที่เหลือคนเดียวจนเสร็จ
- แล้ว a - b มีค่าเท่ากับเท่าใด (ต.อ. 64)

1. 4 วัน 2. 5 วัน ③ 6 วัน 4. 8 วัน

ก+ข 6 วัน ได้ งาน 1 ชิ้น
1 วัน ได้ งาน $\frac{1}{6}$ ชิ้น

ข 9 วัน ได้ งาน 1 ชิ้น
1 วัน ได้ งาน $\frac{1}{9}$ ชิ้น

$a = \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times 18 = 12$ วัน

$b = \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times 9 = 6$ วัน

$a - b = 12 - 6 = 6$ วัน

ก ทำคนเดียวได้งาน = งานที่ ก+ข ทำ - งานที่ ข ทำ
(18 วัน) (9 วัน)

$= \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{18}$ ชิ้น

งาน 1 ชิ้น ก+ข ทำไป 2 วัน ได้ งาน = $2 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$ ชิ้น → เหลือ $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ ชิ้น

ข้อ 16 หน้า 9 ตอบ 1

16. กำหนดให้

$$A = (\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4})(\sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{4})$$

$$\text{และ } B = (\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{4})(\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{4})$$

แล้ว ค่าของ $|AB|$ เท่ากับเท่าใด (ต.อ. 67)

1. 23 2. 25 3. 27 4. 29

ใช้สูตรผลต่างของกำลัง 2

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

// a = สูตรกำลัง 2 ระวัง

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$A = (\sqrt{2} + (\sqrt{3} + \sqrt{4}))(\sqrt{2} - (\sqrt{3} + \sqrt{4}))$$

$$= \sqrt{2}^2 - (\sqrt{3} + \sqrt{4})^2 = 2 - (\sqrt{3}^2 + 2\sqrt{3}\sqrt{4} + \sqrt{4}^2)$$

$$= 2 - (3 + 2\sqrt{12} + 4) = -5 - 2\sqrt{12}$$

$$B = (\sqrt{2} - (\sqrt{3} - \sqrt{4}))(\sqrt{2} + (\sqrt{3} - \sqrt{4}))$$

$$= \sqrt{2}^2 - (\sqrt{3} - \sqrt{4})^2 = 2 - (\sqrt{3}^2 - 2\sqrt{3}\sqrt{4} + \sqrt{4}^2)$$

$$= 2 - (3 - 2\sqrt{12} + 4) = -5 + 2\sqrt{12}$$

$$|A \cdot B| = |((-5) - 2\sqrt{12})(-5) + 2\sqrt{12})| = |(-5)^2 - (2\sqrt{12})^2|$$

$$= |25 - 4 \cdot 12| = |25 - 48| = |-23| = 23$$

ข้อ 18 หน้า 10 ตอบ 3

18. กำหนดให้ค่าของ $m = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ ถ้า $(2-m)\sqrt{ma+b} = \sqrt{m+65}$ แล้ว

ค่าของ $a+b$ เท่ากับเท่าใด (ต.อ. 66)

1. 111 2. 222 3. 333 4. 444

จาก $m = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \rightarrow 2m-1 = \sqrt{5} \rightarrow (2m-1)^2 = (\sqrt{5})^2 \rightarrow 4m^2 - 4m + 1 = 5$

$$4m^2 - 4m - 4 = 0 \rightarrow m^2 - m - 1 = 0 \quad (1)$$

จาก $(2-m)\sqrt{ma+b} = \sqrt{m+65} \rightarrow ((2-m)\sqrt{ma+b})^2 = (\sqrt{m+65})^2$

$$(2-m)^2 \cdot (ma+b)^2 = m+65 \rightarrow (4-4m+m^2)(ma+b) = m+65 \quad (2)$$

จาก (1) $m^2 = m+1$ แทนใน (2), $(4-4m+m+1)(ma+b) = m+65$

$$(-3m+5)(ma+b) = m+65 \rightarrow -3am^2 + 5am - 3bm = m+65$$

$$-3am^2 + (5a-3b-1)m + (5b-65) = 0 \quad \text{แก้หา m ด้วย -3a ทั้ง 2 ฝั่ง}$$

$$จัดได้ $m^2 + \frac{(5a-3b-1)m}{-3a} + \frac{(5b-65)}{-3a} = 0$ แก้หา m เทียบกับ (1) จัดได้$$

$$\frac{5a-3b-1}{-3a} = -1 \rightarrow \boxed{2a-3b=1} \quad \text{// a = } \frac{5b-65}{-3a} = -1 \rightarrow \boxed{5b-3a=65} \quad (4)$$

แก้ (3), (4) ได้ $a=200, b=133$ // $a+b=333$

ข้อ 19 หน้า 11 ตอบ 12

19. กำหนดให้ $\frac{\sqrt{x+54} + \sqrt{x}}{\sqrt{x+54} - \sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x-1} + \sqrt{2}}{\sqrt{x-1} - \sqrt{2}}$

แล้ว x มีค่าเท่ากับเท่าใด (ต.อ. 63)

จง. $\frac{A+B}{A-B} = \frac{C+D}{C-D} \Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{C}{D}$

$\therefore \frac{\sqrt{x+54}}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \left(\frac{\sqrt{x+54}}{\sqrt{x}}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{2}}\right)^2$

$\frac{(\sqrt{x+54})^2}{(\sqrt{x})^2} = \frac{(\sqrt{x-1})^2}{(\sqrt{2})^2} \Rightarrow \frac{x+54}{x} = \frac{x-1}{2} \Rightarrow 2x+108 = x^2 - x$

$0 = x^2 - 3x - 108 \Rightarrow 0 = (x-12)(x+9)$

$x = 12, -9$
ตอบ 12

ข้อ 20 หน้า 11 ตอบ 90

20. ถ้า $\frac{2}{\sqrt{x+6} - \sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x-6} + \sqrt{x}} = \sqrt{x-6}$ แล้ว $x^2 - x$ มีค่าเท่ากับเท่าใด (ต.อ. 62)

$\frac{2}{\sqrt{x+6} - \sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x+6} + \sqrt{x}}{\sqrt{x+6} + \sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x-6} + \sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x-6} - \sqrt{x}}{\sqrt{x-6} - \sqrt{x}} = \sqrt{x-6}$

$\frac{2(\sqrt{x+6} + \sqrt{x})}{(\sqrt{x+6})^2 - (\sqrt{x})^2} - \frac{2(\sqrt{x-6} - \sqrt{x})}{(\sqrt{x-6})^2 - (\sqrt{x})^2} = \sqrt{x-6}$

$\frac{2(\sqrt{x+6} + \sqrt{x})}{x+6-x} - \frac{2(\sqrt{x-6} - \sqrt{x})}{x-6-x} = \sqrt{x-6}$

$\frac{\sqrt{x+6} + \sqrt{x}}{3} + \frac{\sqrt{x-6} - \sqrt{x}}{3} = \sqrt{x-6}$

$\frac{\sqrt{x+6}}{3} = \frac{2}{3}\sqrt{x-6}$

$\sqrt{x+6} = 2\sqrt{x-6}$
 $(\sqrt{x+6})^2 = (2\sqrt{x-6})^2$

$x+6 = 4(x-6)$
 $x+6 = 4x-24$

$30 = 3x$

$x = 10$

$x^2 - x = 10^2 - 10 = 90$

ข้อ 24 หน้า 13 ตอบ 3

24. กำหนดให้สมการ $-\frac{16}{3} \leq \frac{3x-2}{3} + \frac{x-1}{2} < 5$

ถ้า p เป็นจำนวนเต็มที่น้อยที่สุดที่สอดคล้องกับสมการ

และ q เป็นจำนวนเต็มที่มากที่สุดที่สอดคล้องกับสมการ แล้ว จงหาค่าของ $p^3 - q$ (ต.อ. 67)

1. -31 2. 31 3. -12 4. 12

ลทอ $\times 6 \Rightarrow -32 \leq 2(3x-2) + 3(x-1) < 30$
 $-32 \leq 6x - 4 + 3x - 3 < 30$

$-32 \leq 9x - 7 < 30$

$+7 \Rightarrow -25 \leq 9x < 37$

$\div 9 \Rightarrow \frac{-25}{9} \leq x < \frac{37}{9}$

$\begin{matrix} \nearrow & \leftarrow 4 \text{ นาที} \\ -2 \text{ นาที} & \end{matrix}$
 $\therefore x = (-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4)$
 ดิถีพหุ: จำนวนเต็ม $p^3 - q = (-2)^3 - 4 = -12$

ข้อ 27 หน้า 15 ตอบ 2

27. กำหนดให้ข้อมูลชุดหนึ่งประกอบด้วยจำนวน 6 จำนวน โดยผลบวกของ 5 จำนวนใดๆ

ในข้อมูลชุดนี้ เป็น 147, 151, 152, 160, 174 และ 176 ตามลำดับ

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก) ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้เป็น 31

ข) มัธยฐานของข้อมูลชุดนี้เป็น 36

ข้อใดถูกต้อง (ต.อ. 64)

1. ก) จริงเพียงข้อเดียว

2. ข) จริงเพียงข้อเดียว

3. ก) และ ข) เป็นจริง

4. ก) และ ข) เป็นเท็จ

$$\text{Med} = \frac{x_3 + x_4}{2}$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$$

$$150 > 100 \rightarrow \text{จาก } (x_1 < x_2 < x_3 < x_4 < x_5 < x_6)$$

$$\Sigma X - x_1 = 176 = 150 + 26 \quad (1)$$

$$\Sigma X - x_2 = 174 = 150 + 24 \quad (2)$$

$$\Sigma X - x_3 = 160 = 150 + 10 \quad (3)$$

$$\Sigma X - x_4 = 152 = 150 + 2 \quad (4)$$

$$\Sigma X - x_5 = 151 = 150 + 1 \quad (5)$$

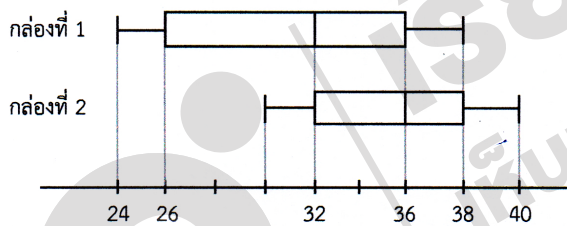
$$\Sigma X - x_6 = 147 = 150 - 3 \quad (6)$$

$$(1) + (2) + (3) + (4) + (5) + (6)$$

$$6\Sigma X - (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6) = 6 \times 150 + (26 + 24 + 10 + 2 + 1 - 3)$$

28. แผนภาพกล่องของข้อมูลคะแนนสอบวิชาหนึ่งของนักเรียน 2 ห้อง เขียนแสดงด้วยกล่องที่ 1 และกล่องที่ 2

ดังรูป โดยแต่ละห้องมีนักเรียน 40 คน และ วิชาดังกล่าวมีคะแนนเต็ม 40 คะแนน



จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. ค่ามัธยฐานของคะแนนสอบทั้งสองห้องมีค่าเท่ากัน

ข. จำนวนนักเรียนที่สอบได้คะแนนช่วง 26 - 36 ในกล่องที่ 1 มากกว่า จำนวนนักเรียนที่สอบได้

$$6\Sigma X - \Sigma X = 960$$

$$\frac{\Sigma X}{N} = \frac{192}{6} \rightarrow \bar{X} = 32$$

$$\text{จาก (3)} \quad x_3 = 32$$

$$\text{จาก (4)} \quad x_4 = 40$$

$$\text{Med} = \frac{32 + 40}{2} = 36$$

ข้อ 30 หน้า 16 ตอบ 1

30. กำหนดให้กราฟของ $y = x^2 - 24x + m - 78$ สัมผัสเส้นตรง $y = 2x - 21$

แล้วค่าของ $m - 115$ มีค่าเท่ากับเท่าใด (ต.อ. 66)

1. 111 2. 222 3. 333 4. 444

สัมผัส 1 จุดตัดกัน 1 จุด. (มี 1 จุดตัด)

จาก $y = x^2 - 24x + m - 78$ (1)

และ $y = 2x - 21$ (2)

$x^2 - 24x + m - 78 = 2x - 21$

$x^2 - 26x + (m - 57) = 0$

จะมี 1 จุดตัด. เมื่อ x ได้ค่าเดียว.

โดยจัดได้เป็นกำลัง 2 สมบูรณ์คือ

$x^2 - 26x + 169 = 0$ $x^2 - 2 \cdot x \cdot 13 + 13^2 = 0$

$\therefore m - 57 = 169 \rightarrow m = 169 + 57$

$m - 115 = 169 + 57 - 115 = 111$

จับ $y = y$ แล้วลบกัน
หาจุดตัด

วิธีที่ 2
หา x ออก 1 ค่า/เมื่อ
 $b^2 - 4ac = 0$
 $(-26)^2 - 4(1)(m - 57) = 0$
ก็ได้




เฉลย Assignment
1. ตอบ 2วิธีทำ

$$\begin{aligned}
 & (21^2 + 22^2 + 23^2 + \dots + 40^2) - (20^2 + 19^2 + 18^2 + \dots + 1^2) \\
 &= (21^2 + 22^2 + 23^2 + \dots + 40^2) - (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 20^2) \\
 &= (21^2 - 1^2) + (22^2 - 2^2) + (23^2 - 3^2) + \dots + (40^2 - 20^2) \\
 &= (21 - 1)(21 + 1) + (22 - 2)(22 + 2) + (23 - 3)(23 + 3) + \dots + (40 - 20)(40 + 20) \\
 &= 20(22) + 20(24) + 20(26) + \dots + (20)(60) \\
 &= 20(2)(11) + 20(2)(12) + 20(2)(13) + \dots + (20)(2)(30) \\
 &= 40(11 + 12 + 13 + \dots + 30) \\
 &= 40[(1 + 2 + 3 + \dots + 30) - (1 + 2 + 3 + \dots + 10)] \\
 &= 40\left[\frac{30}{2}(30 + 1) - \frac{10}{2}(10 + 1)\right] \\
 &= 40[465 - 55] = 40 \times 410 = 16400
 \end{aligned}$$

2. ตอบ 3วิธีทำให้ชนิดที่ 3 ราคา กิโลกรัมละ x บาทและให้ ชนิดที่ 1 2 กิโลกรัม หุ่น = $2 \times 300 = 600$ บาทชนิดที่ 2 3 กิโลกรัม หุ่น = $3 \times 500 = 1500$ บาทชนิดที่ 3 5 กิโลกรัม หุ่น = $5x$ บาท

$$\text{รวมหุ่น} = 600 + 1500 + 5x$$

$$= 5x + 2100 \text{ บาท}$$

ชายกาแฟผสม 10 กิโลกรัม ราคา กิโลกรัมละ 450 บาท จะได้เงิน $10 \times 450 = 4500$ บาท

$$4500 = \frac{120}{5} (5x + 2100) *$$

$$3750 = 5x + 2100$$

$$5x = 1650 \therefore x = 330 \text{ บาท}$$

3. ตอบ 2

วิธีทำ

ปริมาณของผสมที่ได้ = $\frac{2}{3} \times 60 = 40$ ลิตร

$$\begin{array}{ccc} \text{ปริมาณเหล้า} & + & \text{ปริมาณเหล้า} & = & \text{ปริมาณเหล้า} \\ \text{จาก 1} & & \text{จาก 2} & & \text{จากการผสม} \\ (40\% , x \text{ ลิตร}) & & \left(\frac{4}{5}, 40 - x \text{ ลิตร}\right) & & \left(\frac{65}{100}, 40 \text{ ลิตร}\right) \end{array}$$

$$\frac{40}{100} \cdot x + \frac{4}{5}(40 - x) = \frac{65}{100} \times 40$$

$$\times 100, 40x + 80(40 - x) = 65 \times 40$$

$$\div 40, x + 2(40 - x) = 65$$

$$x + 80 - 2x = 65$$

$$\therefore x = 15$$



เรียนสนุก
เห็นผลลัพธ์ได้จริง

4. ตอบ 2

วิธีทำ

จากโจทย์ทั้ง 4 เครื่องจะสูบน้ำใน 1 ชั่วโมงได้ $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{30}$ และ $\frac{1}{20}$ บ่อตามลำดับ

ให้เปิดพร้อมกัน 4 เครื่อง สูบน้ำหมดบ่อได้ใน x ชั่วโมง

ดังนั้น 1 ชั่วโมงจะสูบน้ำได้ $\frac{1}{x}$ บ่อ

$$\frac{1}{16} + \frac{1}{12} + \frac{1}{30} + \frac{1}{20} = \frac{1}{x}$$

ค.ร.น. ของ 16, 12, 30, 20 คือ 240 *

$$\frac{15}{240} + \frac{20}{240} + \frac{8}{240} + \frac{12}{240} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{55}{240} = \frac{1}{x}$$

$$\therefore x = \frac{240}{55}$$

ดังนั้น เมื่อเปิดพร้อมกัน 4 เครื่องจะสูบน้ำหมด 1 บ่อในเวลา $\frac{240}{55}$ ชั่วโมง

จะให้เหลือน้ำ $\frac{4}{15}$ ของบ่อ จะต้องสูบออก $1 - \frac{4}{15} = \frac{11}{15}$ ของบ่อ

ถ้าสูบออก $\frac{11}{15}$ บ่อจะใช้เวลา $\frac{240}{55} \times \frac{11}{15}$ ชั่วโมง

หรือ $\frac{\overset{16}{\cancel{240}}}{\underset{5}{\cancel{55}}} \times \frac{\overset{11}{\cancel{11}}}{\cancel{15}} \times \overset{12}{\cancel{60}}$ นาที = 192 นาที

$$\begin{array}{r} * \quad 2 \overline{) 16 \ 12 \ 30 \ 20} \\ \underline{2 \quad 8 \ 6 \ 15 \ 10} \\ 5 \overline{) 4 \ 3 \ 15 \ 5} \\ \underline{3 \quad 4 \ 3 \ 3 \ 1} \\ \underline{\quad 4 \ 1 \ 1 \ 1} \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{ค.ร.น. ของ } 16, 12, 30, 20 &= 2 \times 2 \times 5 \times 3 \times 4 \\ &= 240 \end{aligned}$$

5. ตอบ 4

วิธีทำ

$$x^2 + 3x - 2 + \frac{6}{x^2 + 3x - 2} = 7 - 2$$

ให้ $x^2 + 3x - 2 = A$

$$A + \frac{6}{A} = 5$$

คูณ A 2 ข้าง $A^2 + 6 = 5A$

$$A^2 - 5A + 6 = 0$$

$$(A - 3)(A - 2) = 0$$

$$A - 3 = 0 \quad \text{หรือ} \quad A - 2 = 0$$

$$x^2 + 3x - 2 - 3 = 0$$

$$x^2 + 3x - 2 - 2 = 0$$

$$x^2 + 3x - 5 = 0$$

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

กรณี 1 $x^2 + 3x - 5 = 0$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4(1)(-5)}}{2(1)} = \frac{-3 \pm \sqrt{29}}{2}$$

a = ผลคูณของคำตอบที่เป็นจำนวนตรรกยะ

$$= -5 \text{ (เพราะรูปแบบ } x^2 + Bx + C = 0 \text{ ผลคูณของคำตอบ} = -C)$$

กรณี 2 $x^2 + 3x - 4 = 0$

$$(x + 4)(x - 1) = 0$$

$$x = -4, 1$$

b = ผลบวกของคำตอบที่เป็นจำนวนตรรกยะ

$$= (-4) + 1 = -3 \text{ (สามารถหาได้อีกวิธี โดยใช้รูปแบบ } x^2 + Bx + C = 0$$

$$\text{แล้วตอบผลบวกของคำตอบ} = -B = -3)$$

$$\therefore |a + b| = |-5 + (-3)| = |-8| = 8$$

6. **ตอบ** 3

วิธีทำ

แทนค่า $x = 2$ ลงในสมการของโจทย์ จะได้

$$24 - 32 + 13 = A + B + C + D$$

$$\therefore A + B + C + D = 5$$

7. **ตอบ** 1

วิธีทำ

จากโจทย์

$$(x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4) = (x - 1)(x - 4)$$

$$(x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4) - (x - 1)(x - 4) = 0$$

$$(x - 1)(x - 4) [(x - 2)(x - 3) - 1] = 0$$

$$(x - 1)(x - 4)(x^2 - 5x + 6 - 1) = 0$$

$$(x - 1)(x - 4)(x^2 - 5x + 5) = 0 \quad \text{--- (1)}$$

จาก (1) $x = 1, 4, \frac{5 + \sqrt{5}}{2}, \frac{5 - \sqrt{5}}{2}$ *

$$a = 1 + 4 = 5$$

และ $b = 5$ ** ดังนั้น $a - b = 5 - 5 = 0$

$$*x - 1 = 0 \rightarrow x = 1$$

$$x - 4 = 0 \rightarrow x = 4$$

$$x^2 - 5x + 5 = 0 \rightarrow x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(1)(5)}}{2(1)}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{5}}{2}$$

** จาก $x^2 + bx + c = 0$

$$\text{ผลคูณราก} = c$$

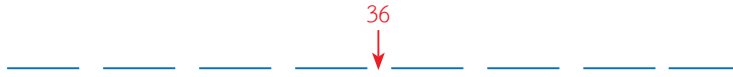
$$\therefore x^2 - 5x + 5 = 0$$

$$\text{ผลคูณราก} = 5$$

8. **ตอบ** 2

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 เรียงน้อย \rightarrow มาก เมื่อ Med = 36



ขั้นที่ 2 เมื่อเราให้ตัวที่ 5 - 7 มีค่า = ฐานนิยม = 42



ขั้นที่ 3 เราจะทราบตัวที่ 4 = 30 และให้ 4 ตัวที่เป็นลำดับเลขคณิตกระโดดทีละ a



ขั้นที่ 4 เราจะได้ $X_{MAX} = X_{MIN} + \text{พิสัย} = 30 - 3a + 39 = 69 - 3a$



ขั้นที่ 5 เมื่อ $\bar{x} = \frac{\sum x}{N}$

แต่ลบข้อมูลทุกตัวด้วย 36 และ \bar{x} ลบออกด้วย 36 ด้วย

$-3a - 6, -2a - 6, -a - 6, -6, 6, 6, 6, 6, 33 - 3a$ และ $\bar{x}' = 36 - 36 = 0$

$$\therefore 0 = \frac{(-3a - 6) + (-2a - 6) + (-a - 6) + (-6) + 6 \times 3 + (33 - 3a)}{8}$$

$$27 - 9a = 0$$

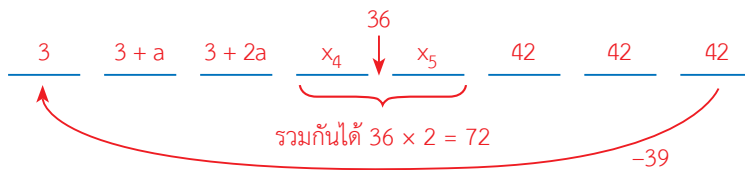
$$a = 3$$

\therefore ข้อมูลเรียงน้อย \rightarrow มาก

21, 24, 27, 30, 42, 42, 42, 60

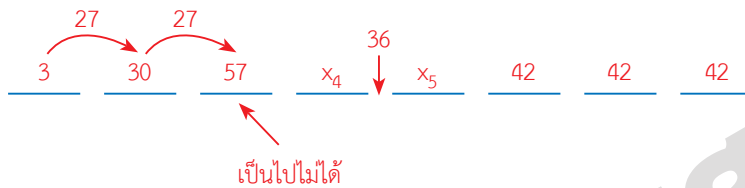
$$\begin{aligned} SD^2 &= \frac{\sum(x - \bar{x})^2}{N} \\ &= \frac{15^2 + 12^2 + 9^2 + 6^2 + 6^2 \times 3 + 24^2}{8} \\ &= \frac{1170}{8} = 146.25 \end{aligned}$$

** กรณีเราให้ตัวที่ 6 - 8 มีค่า = ฐานนิยม = 42 ใช้ไม่ได้



$$\text{จาก } \bar{x} = \frac{\sum x}{N}$$

$$36 = \frac{3 + 3 + a + 3 + 2a + 72 + 42 \times 3}{8} \rightarrow a = 27$$



9. ตอบ 1
วิธีทำ

คะแนนสอบ	จำนวนนักเรียน (f)	d	fd
25 - 29	1	-1	-1
30 - 34	a	0	0
35 - 39	8	1	8
40 - 44	7	2	14
45 - 49	b	3	3b

$$\sum fd = 21 + 3b$$

$$\text{จาก } \bar{x} = a + l \left(\frac{\sum fd}{N} \right)$$

$$\text{จากโจทย์ } \bar{x} = 37 \text{ และ } N = 30 \text{ จากตาราง } l = 5 \text{ และ } a = \frac{30 + 34}{2} = 32$$

$$37 = 32 + 5 \left(\frac{21 + 3b}{30} \right)$$

$$\cancel{37} = \cancel{32} + 5 \left(\frac{21 + 3b}{30} \right)$$

$$30 = 21 + 3b \therefore b = 3$$

10. **ตอบ** 3

วิธีทำ

จาก จุดยอดคือ $A(-3, 5) \Rightarrow V\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$

และจาก $y = -2x^2 + kx + m$
 $\begin{matrix} & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ & a & b & c \end{matrix}$

โดย $-\frac{b}{2a} = \frac{k}{2(-2)} = -3 \rightarrow \frac{k}{-4} = 3 \rightarrow k = -12$

แทน $x = -3, y = 5$ ต้องจริงเพราะจุดยอดอยู่บนกราฟ

$$5 = -2(-3)^2 + (-12)(-3) + m$$

$$5 = -18 + 36 + m \quad \therefore m = -13$$

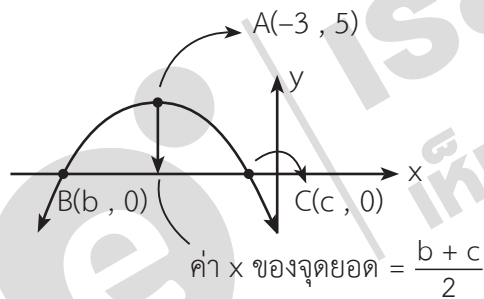
สมการคือ $y = -2x^2 - 12x - 13$

หาจุดตัดแกน y โดยแกน $x = 0$

$$y = 0 - 0 - 13 \rightarrow y = -13$$

$$\therefore D(0, d) = D(0, -13) \quad \therefore d = -13$$

หา $b + c$ โดย



$$\therefore \frac{b+c}{2} = -3 \rightarrow b+c = -6$$

$$b+c+d = -6 + (-13)$$

$$= -19$$