



ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์  
เพื่อคัดเลือกนักเรียนเข้ารับการอบรมค่าย 1 สอวน.

ชื่อ-สกุล ..... ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์  
เลขประจำตัวสอบ ..... รหัสชุดวิชา 0000002  
สถานที่สอบ ..... สอบวันอาทิตย์ที่ 26 สิงหาคม 2561  
ห้องสอบ ..... เวลา 09.00-12.00 น.

---

---

คำชี้แจง

1. ข้อสอบมี 8 หน้า จำนวน 30 ข้อ (รวมใบปะหน้านี้)
2. ใช้ปากกาเขียนชื่อ นามสกุล เลขประจำตัวสอบ สถานที่สอบ ลงในข้อสอบและกระดาษคำตอบ
3. ข้อสอบเป็นแบบเติมคำตอบทั้งหมด และผู้ตรวจจะพิจารณาคำตอบในกระดาษคำตอบเท่านั้น
4. ห้ามนำเอกสารใด ๆ และเครื่องคำนวณเข้าห้องสอบ
5. ห้ามนำข้อสอบและกระดาษคำตอบออกจากห้องสอบ แต่สามารถทดขีดเขียนในข้อสอบได้
6. ห้ามเผยแพร่ข้อสอบนี้ก่อนได้รับอนุญาตจากมูลนิธิ สอวน.

**ข้อตกลง บทนิยามและสัญลักษณ์**

1. ให้  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$  และ  $\mathbb{R}$  แทนเซตของจำนวนเต็ม เซตของจำนวนตรรกยะ และเซตของจำนวนจริงตามลำดับ
2. ให้  $\mathbb{Z}^+$  และ  $\mathbb{R}^+$  แทนเซตของจำนวนเต็มบวก และเซตของจำนวนจริงบวกตามลำดับ  
 $\mathbb{Z}^0$  แทนเซตของจำนวนเต็มที่ไม่มากกว่าหรือเท่ากับ 0
3. ถ้า  $X$  แทนเซตใด ๆ แล้ว กำหนดให้  $|X|$  แทนจำนวนสมาชิกของ  $X$
4. ให้ใช้  $\frac{22}{7}$  แทนค่าของ  $\pi$  ได้
5. สำหรับจำนวนนับ  $n$  ที่มี  $k$  หลักในระบบฐานสิบ เราเขียนในรูปแบบ  $n = a_k a_{k-1} a_{k-2} \dots a_2 a_1$   
เมื่อเลขโดดประจำหลัก  $a_i \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$  ทุก  $i = 1, 2, \dots, k$  และ  $a_k \neq 0$
6. ถ้าคำตอบเป็นเศษส่วน ต้องตอบเป็นเศษส่วนอย่างต่ำเท่านั้น

### โจทย์ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ สอวน.

1. คุณครูคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ถามนักเรียนชายในชั้นเรียน 5 คนถึงการบ้านที่ให้ไว้ว่า “คาบที่แล้ว ครูให้การบ้านไว้กี่ข้อคะ” นักเรียนทั้ง 5 คน จึงตอบครูดังนี้

นาย ก บอกว่า “ครูให้การบ้าน 8 ข้อครับ”

นาย ข บอกว่า “เยอะไปครับครู ครูให้การบ้านไม่ถึง 5 ข้อครับ”

นาย ค บอกว่า “ครูให้การบ้าน 8 ข้อ หรือ 9 ข้อนี้แหละครับ”

นาย ง บอกว่า “นาย ค จำผิดแล้วแหละ ครูให้การบ้านไม่เกิน 7 ข้อครับ”

นาย จ บอกว่า “ครูครับ ผมจำได้ว่าครูให้การบ้านมากกว่า 6 ข้อครับ”

หลังจากที่ครูยังไม่ได้ข้อสรุป จึงได้สอบถามนักเรียนแต่ละคนอีกครั้งหนึ่ง จนได้ใจความดังนี้

นาย ก บอกว่า “นาย ข และ นาย ง พูดโกหกครับ”

นาย ข บอกว่า “นาย จ พูดโกหกครับ”

นาย ค บอกว่า “นาย ก และ นาย ง พูดจริงครับ”

นาย ง บอกว่า “นาย ข พูดโกหกครับ”

นาย จ บอกว่า “นาย ค พูดโกหกครับ”

จากบทสนทนาดังกล่าว สรุปว่า คาบที่แล้ว ครูให้การบ้านกี่ข้อ หากกำหนดเงื่อนไขว่านักเรียนแต่ละคนพูดจริงเท่านั้นหรือพูดโกหกเท่านั้น

2.  $7^m$  มีเลขหลักหน่วยเป็นเลขใด เมื่อ  $m$  คือจำนวนหลักของ  $25^{25} \times 8^{20}$

3. จงหาจำนวนนับที่น้อยที่สุดที่มีตัวประกอบทั้งหมด 60 จำนวนและเป็นตัวประกอบเฉพาะที่แตกต่างกันเพียงสามจำนวน

4. จงหาค่า  $m+n$  ที่น้อยที่สุด เมื่อกำหนดให้  $m$  และ  $n$  เป็นจำนวนนับที่มี ห.ร.ม. และ ค.ร.น. เป็น 30 และ 5400 ตามลำดับ

5. มีจำนวนเต็มบวก  $n$  ตั้งแต่ 1 ถึง 200 ทั้งหมดกี่จำนวน ที่  $n^2 + 9$  หารด้วย 5 ลงตัว

6. กำหนดให้  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า 350 จงหา  $n$  ที่น้อยที่สุดที่มีสมบัติว่า

ก.  $n$  เป็นผลบวกของจำนวนเต็มบวกที่เรียงติดกัน 3 จำนวน

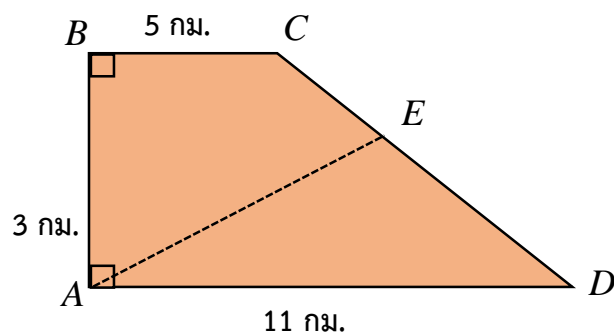
ข.  $n$  เป็นผลบวกของจำนวนเต็มบวกที่เรียงติดกัน 4 จำนวน

และ ค.  $n$  เป็นผลบวกของจำนวนเต็มบวกที่เรียงติดกัน 5 จำนวน

7. กำหนดให้  $N = 737373\dots73$  เป็นจำนวนเต็มที่มี 2560 หลัก ประกอบไปด้วยเลขโดด 7 และ 3 สลับกันอย่างละ 1280 ตัว จงหาเศษจากการหาร  $N$  ด้วย 37

8. กำหนดให้  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, 22\}$  จงหาจำนวนสับเซต  $S$  ของ  $A$  ซึ่งผลบวกของสมาชิกที่มีค่าน้อยที่สุดของ  $S$  กับสมาชิกที่มีค่ามากที่สุดของ  $S$  เท่ากับ 23

9. เกาะแห่งหนึ่งมีรูปร่างและขนาดดังรูป เจ้าของต้องการแบ่งเขตกลางเกาะเป็นเกาะฝั่งเหนือและเกาะฝั่งใต้ จากจุด  $A$  ไปถึงจุด  $E$  บนด้าน  $CD$  เพื่อให้ความยาวรอบเกาะที่ติดทะเลของฝั่งเหนือเท่ากับความยาวรอบเกาะที่ติดทะเลของฝั่งใต้ หากผู้รับเหมาเสนอราคากมดินตามแนวรอบเกาะที่ติดทะเลด้านฝั่งเหนืออีกิโลเมตรละ 5 ล้านบาท ฝั่งใต้กิโลเมตรละ 10 ล้านบาท และขายเหมาเป็นหน่วยเต็มกิโลเมตร เจ้าของเกาะจะใช้งบประมาณกี่ล้านบาทในการถมดินตามแนวชายฝั่งรอบเกาะนี้ตามเงื่อนไขข้างต้น



10. ให้  $x, y \in \mathbb{R}$  โดยที่  $3x^2 + 3y^2 = 7$  และ  $x^3 + y^3 = 3$  จงหาค่า  $x + y$  ที่มากที่สุด

11. ให้  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนเต็มที่สอดคล้องสมการ  $y^2 + 2x^2y^2 = 96x^2 + 864$  จงหา  $x^2 + y^2$

12. ให้  $x_i \in \mathbb{R}$  โดยที่  $|x_i| < 1$  สำหรับ  $i = 1, 2, \dots, n$  และ

$$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = (x_1 + x_2 + \dots + x_n)^2 + 2561$$

จงหาค่า  $n$  ที่น้อยที่สุดที่ทำให้สมการนี้เป็นจริง

13. จงหารากที่ 3 ของ  $3^7(9-5^5) + 5^{10}(81-5^5)$

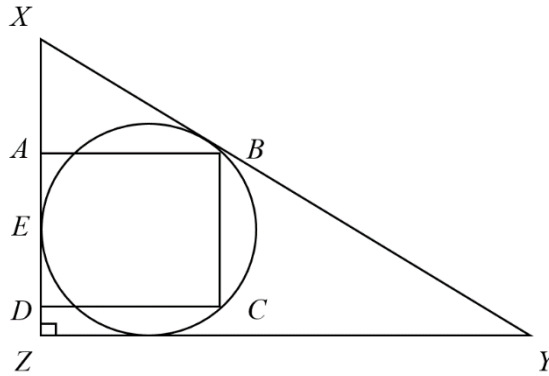
14. สำหรับจำนวนนับ  $n$  ใด ๆ นิยามฟังก์ชัน  $p(n)$  เป็นผลคูณของเลขโดดที่ไม่เป็นศูนย์ของ  $n$  ในระบบฐานสิบ ( ตัวอย่างเช่น  $p(1023) = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$  ) จงหาค่าของ  $\sum_{n=1}^{99} p(n)$

15. กำหนดให้  $P(x)$  เป็นพหุนามโดยที่  $P(x-1) + P(x+1) = x^3$  สำหรับทุกจำนวนจริง  $x$

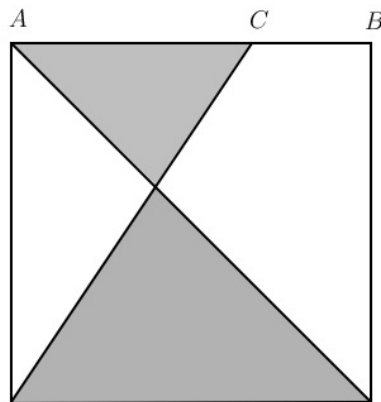
จงหาผลบวกของสัมประสิทธิ์ของ  $P(x)$

16. สมมติให้  $P(x)$  เป็นพหุนามที่หารด้วย  $x-2$  และ  $x+3$  แล้วเหลือเศษ 5 และ  $-7$  ตามลำดับ  
จงหาเศษเหลือจากการหาร  $P(x)$  ด้วย  $x^2 + x - 6$

17. สามเหลี่ยมมุมฉาก  $XYZ$  มีด้าน  $XZ$  ยาว 3 หน่วย และด้าน  $ZY$  ยาว 4 หน่วย วงกลมวงหนึ่งแนบในรูปสามเหลี่ยมนี้โดยเส้นรอบวงสัมผัสด้าน  $XZ$  ที่จุด  $E$  สี่เหลี่ยมจัตุรัส  $ABCD$  มีมุม  $B$  และ  $C$  อยู่บนเส้นรอบวงของวงกลมและด้าน  $AD$  อยู่บนด้าน  $XZ$  ของสามเหลี่ยมโดยที่จุด  $E$  แบ่งครึ่งด้าน  $AD$  ดังรูป จงหาพื้นที่สี่เหลี่ยม  $ABCD$



18. จากรูป สี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปนี้มี  $AC : BC = 2 : 1$  จงหาสัดส่วนของพื้นที่ที่แรเงาต่อพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปนี้



19. กำหนดสามเหลี่ยม  $ABC$  มีฐานยาว 20 เซนติเมตร หากลากเส้นจากจุดยอดมาตั้งฉากกับฐาน จะพบว่า

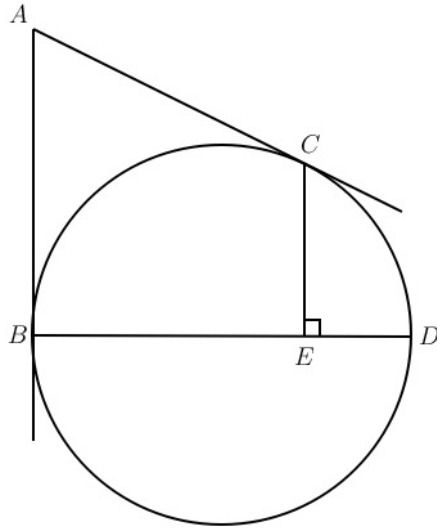
- เส้นนี้มีความยาว 8 เซนติเมตร
- เส้นนี้ไม่แบ่งครึ่งมุมยอด
- เส้นนี้แบ่งสามเหลี่ยมออกเป็นสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน

จงหาความยาวรอบรูปสามเหลี่ยม  $ABC$  นี้

20. จากจุด  $A$  ลากเส้นสัมผัสวงกลมรัศมี 5 หน่วย ที่จุด  $B$  และ  $C$

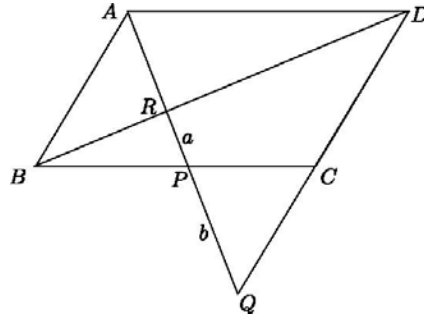
กำหนดให้  $\overline{BD}$  เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมและ  $\overline{CE}$  ตั้งฉากกับ  $\overline{BD}$  ดังรูป

ถ้าให้  $\overline{CE}$  ยาว 4 หน่วย จงหาความยาว  $\overline{AB}$

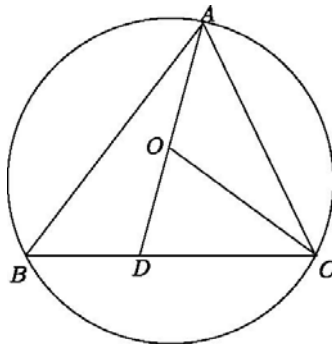


21. ทรงกระบอกปิดอันหนึ่งมีปริมาตรเท่ากับพื้นที่ผิว หากเพิ่มความสูงขึ้น 50% และลดรัศมีลง 25% พบว่า ทรงกระบอกปิดอันใหม่ที่ได้ยังคงมีปริมาตรเท่ากับพื้นที่ผิว จงหาปริมาตรของทรงกระบอกปิดอันเริ่มต้น

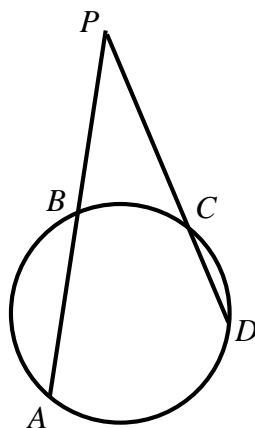
22. ให้  $ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่  $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$  และ  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$  ซึ่งเมื่อลากส่วนของเส้นตรงจากจุด  $A$  ไปตัดกับเส้นทแยงมุม  $\overline{BD}$  ที่จุด  $R$  ไปตัดกับด้าน  $\overline{BC}$  ที่จุด  $P$  และไปตัดกับส่วนต่อของด้าน  $\overline{DC}$  ที่จุด  $Q$  แล้ว จะได้ความยาวด้าน  $\overline{PR}$  เท่ากับ  $a$  หน่วย และ ความยาวด้าน  $\overline{PQ}$  เท่ากับ  $b$  หน่วย ดังรูป จงหาความยาวด้าน  $\overline{AR}$



23. ให้  $\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมแหลม ที่แนบในวงกลมที่มี  $O$  เป็นจุดศูนย์กลาง ซึ่งเมื่อลากส่วนของเส้นตรงจากจุด  $A$  ผ่านจุดศูนย์กลาง  $O$  ไปตัดกับด้าน  $\overline{BC}$  ที่จุด  $D$  และลากส่วนของเส้นตรง  $\overline{CO}$  แล้วจะได้  $\angle BAO = 15^\circ$  และ  $\angle ACO = 45^\circ$  จงหาอัตราส่วน  $CD : BD$



24.



จากรูป วงกลมมีรัศมี  $r$  หน่วย

$AB = 8$  หน่วย

$CD = 5$  หน่วย

$BP = 6$  หน่วย

และ  $\widehat{APD} = 60^\circ$  หน่วย

จงหาค่าของ  $r^2$

25. ในการพยากรณ์อากาศช่วงฤดูฝนของเมืองหนึ่ง พบว่า

- หากในวันหนึ่งฝนตกแล้ว ความน่าจะเป็นที่ฝนไม่ตกในวันถัดไปเป็น  $\frac{5}{6}$
- หากในวันหนึ่งฝนไม่ตกแล้ว ความน่าจะเป็นที่ฝนไม่ตกในวันถัดไปเป็น  $\frac{1}{2}$

ถ้าในสัปดาห์นี้ฝนไม่ตกในวันอังคาร จงหาความน่าจะเป็นที่ในสัปดาห์นี้ฝนไม่ตกทั้งในวันพฤหัสบดีและวันศุกร์

26. จงหาจำนวนวิธีที่แตกต่างกันทั้งหมดในการวางลูกบอลที่เหมือนกันทั้งหมด 8 ลูก ไว้บนด้านทั้งสี่ของโต๊ะสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่เหมือนกันทุกด้าน โดยแต่ละด้านต้องมีลูกบอลวางอย่างน้อย 1 ลูก และลูกบอลแต่ละลูกจะถูกนับว่าวางอยู่บนด้านใดด้านหนึ่งของโต๊ะเท่านั้น

27. กำหนด  $A(n)$  แทนเซตของเลขโดดที่เขียนแทนจำนวนนับ  $n$  เช่น  $A(191) = \{1, 9\}$  และ  $A(2018) = \{0, 1, 2, 8\}$  จงหา  $|P|$  เมื่อ  $P = \{n \in \mathbb{N} \mid A(n) = \{0, 4, 7\} \text{ และ } n \leq 10,000\}$

28. มีกบตัวหนึ่งอยู่ที่จุด  $x = 0$  บนเส้นจำนวน โดยในการกระโดดแต่ละครั้ง มันจะกระโดดได้ไกลหนึ่งหน่วยไปทางซ้ายหรือทางขวาด้วยความน่าจะเป็นเท่า ๆ กัน จงหาความน่าจะเป็นที่หลังจากการกระโดดครั้งที่ 2561 กบตัวนี้จะมาอยู่ที่จุด  $x = 2018$  บนเส้นจำนวนนี้

29. เด็กชายพลทอดลูกเต๋าเที่ยงตรงลูกหนึ่งในเกมการแข่งขัน ซึ่งมีเงื่อนไข ดังนี้

ถ้าลูกเต๋ารับขึ้นแต้มมากกว่า 2 เขาจะชนะ

ไม่เช่นนั้นเขาจะได้ทอดลูกเต๋ารีกครั้งหนึ่ง ซึ่งถ้าขึ้นแต้มมากกว่า 3 เขาจะชนะ

ไม่เช่นนั้นเขาจะได้ทอดลูกเต๋ารีกครั้งหนึ่ง ซึ่งถ้าขึ้นแต้มมากกว่า 4 เขาจะชนะ

ถ้าไม่ได้ตามนี้ถือว่าแพ้ จงหาว่าเด็กชายพลมีความน่าจะเป็นที่จะชนะการแข่งขันนี้เป็นเท่าใด

30. จงหาตัวหารบวกทั้งหมดของ  $2^3 3^5 5^7 7^2$  ที่เป็นจำนวนกำลังสอง