



ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์
เพื่อคัดเลือกนักเรียนเข้ารับการอบรมค่าย 1 สอวน.

ชื่อ-สกุล ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์
เลขประจำตัวสอบ รหัสชุดวิชา 0000001
สถานที่สอบ สอบวันอาทิตย์ที่ 28 สิงหาคม 2565
ห้องสอบ เวลา 09.00-12.00 น.

คำชี้แจง

1. ข้อสอบมีทั้งหมด 7 หน้า จำนวนรวม 30 ข้อ (รวมใบปะหน้านี้)
2. ใช้ปากกาเขียนชื่อ นามสกุล เลขประจำตัวสอบ สถานที่สอบ ลงในข้อสอบและกระดาษคำตอบ
3. ข้อสอบเป็นแบบเติมคำตอบทั้งหมด และผู้ตรวจจะพิจารณาคำตอบในกระดาษคำตอบเท่านั้น
4. หากคำตอบเป็นเศษส่วน ให้ตอบในรูปเศษส่วนอย่างต่ำเท่านั้น
5. ห้ามนำเอกสารใดๆ และเครื่องคำนวณเข้าห้องสอบ
6. ห้ามนำข้อสอบและกระดาษคำตอบออกจากห้องสอบ แต่สามารถทบทวนและขีดเขียนในข้อสอบได้
7. ห้ามเผยแพร่ข้อสอบนี้ก่อนได้รับอนุญาต จากมูลนิธิ สอวน.
8. ห้ามนักเรียนออกจากห้องสอบก่อน 1 ชั่วโมง หลังจากเวลาเริ่มการสอบ

ข้อสอบคัดเลือกเข้าค่าย 1 วิชาคณิตศาสตร์ สอวน. ปี 2565

1. ถ้า a, b และ c เป็นจำนวนจริงบวกซึ่งสอดคล้องกับสมการ

$$2^a = 3^b = 216^c$$

แล้วค่าของ $\frac{ab}{bc + ca}$ เท่ากับเท่าใด

2. ให้ a เป็นจำนวนตรรกยะบวก โดยที่

$$\sqrt{a} = \frac{\sqrt{8+4\sqrt{3}}}{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}$$

จงเขียน a ในรูปเศษส่วนอย่างต่ำของจำนวนเต็มบวก

3. กำหนดให้ a, b, c และ d เป็นจำนวนจริงซึ่งสอดคล้องกับระบบสมการ

$$a - 2b + 3c - 4d = 5$$

$$4a - 3b + 2c - d = 10$$

จงหาค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของ $5a - 4b + 3c - 2d$

4. ถ้า a, b และ c เป็นจำนวนจริงซึ่งสอดคล้องกับระบบสมการ

$$a + \frac{3}{b} = 3$$

$$b + \frac{2}{c} = 2$$

$$c + \frac{1}{a} = 1$$

แล้ว $a + 2b + 3c$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

5. ให้ $P(x)$ เป็นพหุนามดีกรีสองซึ่งสอดคล้องกับสมการ

$$P(x^2) + 4x = P(x) + 4x^4$$

แล้ว $P(4) - P(0)$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

6. กล่องใบหนึ่งบรรจุช็อกโกแลตและลูกอมรวมกันจำนวน 110 ชิ้น โดยมีอัตราส่วนระหว่างจำนวนช็อกโกแลตกับลูกอมเป็น 4:7 สมชายกินลูกอมไป 10 ชิ้น และกินช็อกโกแลตไปจำนวนหนึ่ง ทำให้อัตราส่วนระหว่างจำนวนช็อกโกแลตกับลูกอมเปลี่ยนเป็น 1:6 จงหาว่าสมชายกินช็อกโกแลตไปกี่ชิ้น

7. มีสามสิ่งอันดับ (a, b, c) ของจำนวนเต็มบวกทั้งหมดที่ชุดซึ่งสอดคล้องกับสมการ

$$ab + bc + ca = 11$$

8. นายเพชรทำการโยนลูกเต๋า 2 ลูก 1 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่มีลูกเต๋าย่างน้อย 1 ลูกขึ้นแต้มที่เป็นจำนวนเฉพาะ
9. ให้ \sim เป็นเอกภาพสัมพันธ์

กำหนดให้ p แทนประพจน์ $\forall x \exists y, x^2 - y = y^2 - x$

q แทนประพจน์ $\exists x, 2x^2 + x + 2 = 0$

จงหาค่าความจริงของประพจน์ p , ประพจน์ q และประพจน์ $p \rightarrow q$ ตามลำดับ

10. แก้วน้ำใบหนึ่งภายในเป็นทรงกระบอกตรง โดยความสูงของทรงกระบอกเป็นสามเท่าของรัศมีของทรงกระบอก และมีลูกแก้วทรงกลมซึ่งมีรัศมีเป็นครึ่งหนึ่งของรัศมีของทรงกระบอก จงหาว่า จะต้องเติมน้ำให้สูงเป็นสัดส่วนเท่าใดของความสูงของทรงกระบอก เพื่อให้เมื่อนำลูกแก้วลูกนี้มาใส่ในแก้วน้ำแล้วระดับน้ำจะเพิ่มขึ้นจนเต็มแก้วพอดี

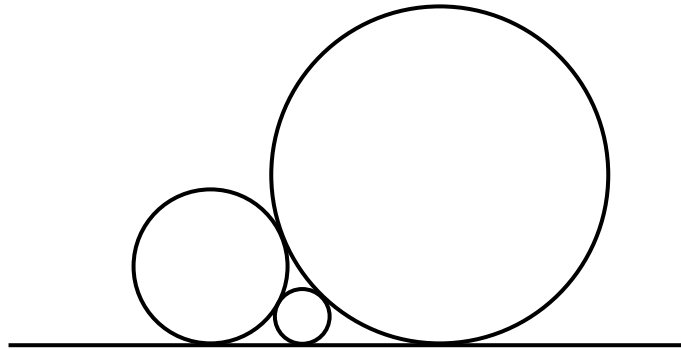
11. รูปสี่เหลี่ยม $ABCD$ มี E, F, G และ H เป็นจุดบนด้าน CD, DA, AB และ BC ตามลำดับ โดยที่

$$\frac{DF}{FA} = \frac{AG}{GB} = \frac{BH}{HC} = \frac{1}{2}$$

ถ้าพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม DEF เท่ากับ 5 ตารางหน่วย พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม $AFEG$ เท่ากับ 16 ตารางหน่วย และพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม $BGEH$ เท่ากับ 19 ตารางหน่วย แล้วพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ECH เท่ากับกี่ตารางหน่วย

12. ให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยม โดยที่ $BC > AB$ และมี D เป็นจุดกึ่งกลางด้าน AB ถ้า $\angle ADC = 45^\circ$ และ $\angle BCD = 15^\circ$ แล้ว $\angle ACD$ มีขนาดกี่องศา

13. กำหนดให้ $ABCD$ เป็นพีระมิดฐานสามเหลี่ยมซึ่งมีรูปสามเหลี่ยม BCD เป็นฐาน โดยที่ $AB = AC = AD = 1$ หน่วย และ $\angle BAC = 60^\circ$, $\angle BAD = 90^\circ$, $\angle CAD = 120^\circ$ ถ้า O เป็นจุดบนฐานของพีระมิด ที่ทำให้ $\angle AOB = \angle AOC = \angle AOD = 90^\circ$ แล้ว OA มีค่าเท่ากับกี่หน่วย
14. กำหนดให้ วงกลมที่มีขนาดแตกต่างกัน 3 วงสัมผัสภายนอกซึ่งกันและกันและมีเส้นสัมผัสร่วมกัน ดังรูป ถ้าความยาวรัศมีของวงกลมทั้งสามวงเรียงจากมากไปน้อยเป็น 4 หน่วย 1 หน่วย และ x หน่วย แล้ว จงหา x



15. ให้ $ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยม โดย $AB = 8$, $AC = 12$, $AD = 18$ ถ้า $\angle BAC = \angle CAD = 30^\circ$ แล้ว $\angle BCD$ มีขนาดกี่องศา
16. จงหาผลบวกของคำตอบทั้งหมดของสมการ $(x^2 - x - 1)^{2x^2 - 11x + 15} = 1$
17. กำหนดให้ $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ เมื่อ a, b, c, d เป็นจำนวนจริง และสำหรับแต่ละ $k = 1, 2, 3$ เศษที่ได้จากการหาร $f(x)$ ด้วย $x - k$ เท่ากับ k^2 จงหาค่าของ $f(-1) - 4f(0)$
18. กำหนดให้ x เป็นจำนวนจริง และ
- $$a = x + (x+1) + (x+2) + \dots + (x+10),$$
- $$b = 8 + 16 + 24 + 32 + \dots + 80,$$
- $$c = 88x$$
- ถ้า $4a^2 + b + c + 4 = 0$ แล้ว จงหาค่าของ c (ตอบเป็นจำนวนเต็ม)

19. กำหนดให้ x, y เป็นจำนวนจริงซึ่งสอดคล้องกับสมการ

$$x^3 - y^3 + 9x^2 + 12y^2 + 34x - 55y + 140 = 0$$

จงหาค่าของ $y-x$

20. นายหินได้ขูดพบหีบสมบัติใบหนึ่งซึ่งถูกล็อคด้วยรหัสและเขายังพบกระดาษแผ่นหนึ่งที่บอกไปถึงรหัสปลดล็อคหีบใบนี้ซึ่งมีข้อความดังนี้

- รหัสเป็นเลขโดดห้าตัวเรียงจากน้อยไปมาก (อาจมีเลขซ้ำได้)
- ฐานนิยมของเลขโดดห้าตัวนี้มีเพียงค่าเดียว
- ค่าเฉลี่ยของเลขห้าตัวนี้มีค่าเท่ากับมัธยฐาน แต่มีค่าน้อยกว่าฐานนิยม
- ค่าต่ำสุดของเลขห้าตัวนี้เป็นจำนวนเฉพาะคี่

จงหารหัสปลดล็อคหีบสมบัติใบนี้

21. กำหนดให้ $a, b, c \in \mathbb{R}$ ซึ่ง $b > 0$ และสอดคล้องกับสมการต่อไปนี้

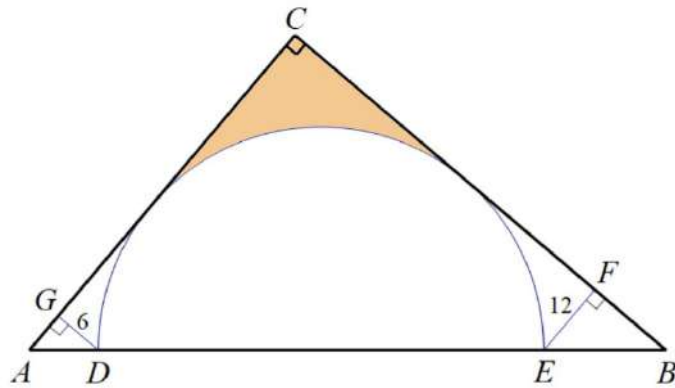
$$a = 1 + \frac{1}{a}, \quad b^2 = 3 - \frac{1}{b^2}, \quad c^3 = 2 - \frac{1}{c^3}$$

จงหาค่าของ $a^3 + b^3 + c^4 - \frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^4}$

22. กำหนดให้มีลูกเทนนิส 2 ลูก มีลูกปิงปองสีส้มและลูกปิงปองสีขาวอย่างละ 1 ลูก มีชั้นวางของ 4 ชั้น โดยเรียกชั้นบนสุดว่าชั้นที่ 1 และชั้นถัดมาคือชั้นที่ 2, 3 และ 4 ตามลำดับ และมีกล่อง 4 ใบที่มีหมายเลขติดไว้ดังนี้ กล่องหมายเลข 5, 6, 7 และ 8 ด.ช.เรนนำลูกปิงปองและลูกเทนนิสไปใส่ไว้ในกล่อง กล่องละ 1 ลูกและวางกล่องบนชั้นวางของ ชั้นละ 1 กล่อง โดยมีเงื่อนไขดังนี้

- ก) ลูกเทนนิส 2 ลูกต้องอยู่บนชั้นที่ติดกัน
 - ข) ลูกปิงปอง 2 ลูกจะไม่อยู่บนชั้นที่ติดกัน
 - ค) กล่องหมายเลข 5 และกล่องหมายเลข 7 จะไม่วางบนชั้นที่อยู่ติดกับชั้นที่กล่องหมายเลข 8 วางอยู่
- ด.ช.เรนวางลูกปิงปองสีขาวไว้ในกล่องหมายเลข 7 ซึ่งทำให้ ด.ช.เรนต้องวางลูกปิงปองสีส้มไว้ในกล่องหมายเลข a และวางบนชั้นที่ b จงหาคู่อันดับ (a, b) ที่เป็นไปได้ทั้งหมด

23.



จากรูป ให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยมีมุม C เป็นมุมฉาก ให้ DE เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของครึ่งวงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยม ABC ให้ G และ F เป็นจุดบนด้าน AC และ BC ตามลำดับ โดยที่ DG ตั้งฉากกับ AC และ EF ตั้งฉากกับ BC ถ้า $DG = 6$ หน่วย และ $EF = 12$ หน่วย แล้วบริเวณที่แรเงามีพื้นที่เท่ากับกี่ตารางหน่วย

24. กำหนดให้ $ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มี E และ F เป็นจุดกึ่งกลางด้าน BC และ CD และให้เส้นตรง \overline{AE} และเส้นตรง \overline{BF} ตัดกันที่จุด G จงหาค่าของ $\sin\left(\frac{\angle ADG}{2}\right)\cos\left(\frac{\angle AED}{2}\right)$

25. ให้ m และ n เป็นจำนวนเต็มบวกซึ่ง $m \geq n$ และ

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{2}{33}$$

จงหาค่ามากที่สุดที่เป็นไปได้ของ $m - n$

26. ให้ x และ y เป็นจำนวนจริงบวกซึ่งสอดคล้องกับระบบสมการ

$$x\sqrt{y} + y\sqrt{x} = \sqrt{2}$$

$$x\sqrt{x} + y\sqrt{y} = 13\sqrt{2}$$

แล้ว $x + y$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

27. สำหรับจำนวนจริง a ใด ๆ กำหนดให้ $[a]$ คือจำนวนเต็มมากที่สุดที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ a

ถ้า $a = \frac{1000^{10}}{10^{10} + 11}$ แล้วเศษจากการหาร $[a]$ ด้วย 1000 มีค่าเท่ากับเท่าใด

28. กำหนดให้ x, y เป็นจำนวน**ตรรกยะ** ที่สอดคล้องกับสมการ

$$x^2 + 8xy - 11y^2 - 16x + 8y + 16 = 0$$

จงหาค่ามากที่สุดที่เป็นไปได้ของ $x + y$

29. นักคณิตศาสตร์สองท่านสนทนากันดังนี้

เกาส์ : ผมมีพหุนามอยู่พหุนามหนึ่งที่มีสัมประสิทธิ์เป็น**เลขโดด** (ตั้งแต่ 0 ถึง 9)

ออยเลอร์ : ผลรวมของสัมประสิทธิ์ทั้งหมดในพหุนามนี้มีค่าเท่าใด

เกาส์ : 3

ออยเลอร์ : ถ้านำ 3 ไปแทนค่าในพหุนามนี้ล่ะ จะได้เท่าใด

เกาส์ : 33

ออยเลอร์ : ผมรู้แล้วล่ะว่าคุณมีพหุนามใด

เกาส์มีพหุนามใดตามบทสนทนา

30. จงหาจำนวนสิบสิ่งอันดับ $(x_1, x_2, \dots, x_{10})$ ทั้งหมด ซึ่งสอดคล้องเงื่อนไขต่อไปนี้

$$(1) \{x_1, x_2, \dots, x_{10}\} = \{1, 2, \dots, 10\}$$

$$(2) x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 - x_6 + x_7 - x_8 + x_9 - x_{10} = 25$$